



Title	代數方程式ノ根ノ限界ニ就イテ
Author(s)	春木, 博
Citation	全国紙上数学談話会. 1941, 222, p. 437-438
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74891
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

961. 代數方程式ノ根ノ限界 = 就イテ

春 水 博 (神商船)

n 次ノ代數方程式 $f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n = 0$ ノ任意ノ根ヲ α トスルトキ、 $|\alpha| \leq 1$ ノナルタメノ十分條件トシテ色々アルガ、ヨク知ラレタモノヲアゲレバ

$$(i) \quad |a_0| \geq |a_1| + |a_2| + \dots + |a_n|$$

$$(ii) \quad a_0 \geq a_1 \geq a_2 \geq \dots \geq a_n > 0$$

ガアル。

今、次ニ一ツノ十分條件ヲ述ベテ見ヨ。

p, q 條件ハ、 $p > 0, q > 0, \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ ナル p, q = 對シ

$$(iii) \quad |a_0| \geq \left(\sum_{i=1}^n |a_i|^p \right)^{\frac{1}{p}} n^{\frac{1}{q}}$$

(証明) $|\alpha| > 1$ ナル根アリトスレバ

$$|f(\alpha)| \geq |a_0| |\alpha|^n - (|a_1| |\alpha|^{n-1} + \dots + |a_n|)$$

右辺 = Hölder ノ不等式ヲ用フレバ $p > 0, q > 0, \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ ナル p, q = 對シ

$$|f(\alpha)| \geq |a_0| |\alpha|^n - \left(\sum_{i=1}^n |a_i|^p \right)^{\frac{1}{p}} \left(\sum_{i=1}^n |\alpha|^{(i-1)q} \right)^{\frac{1}{q}}$$

$|\alpha| > 1$ ナル故 $|\alpha|^n > |\alpha|^{n-1}$

$$\sum_{i=1}^n |\alpha|^{(i-1)q} < n |\alpha|^{(n-1)q}$$

$$\text{故} = |f(x)| > |a_0| |x|^{n-1} - \left(\sum_{i=1}^n |a_i|^p \right)^{\frac{1}{p}} n^{\frac{1}{q}} |x|^{n-1}$$

$$\text{故} = |f(x)| > |x|^{n-1} \left\{ |a_0| - \left(\sum_{i=1}^n |a_i|^p \right)^{\frac{1}{p}} n^{\frac{1}{q}} \right\} \geq 0$$

∴ カル = $f(x) = 0$ ナル故, 之レハ矛盾デアアル。

(翻) (iii) = 於テ $p \rightarrow 1$ ナラシメレバ (i) カ出ル。

———— (完) ————