



Title	單葉函數二就中テ
Author(s)	春木, 博
Citation	全国紙上数学談話会. 1941, 222, p. 438-440
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74892
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

962. 單葉函數 = 就キテ

春 本 博 (神商船)

§ 1. 前号ニ於テ、次ノ定理ヲ証明シタ。

$f(z) = z + a_2 z^2 + \dots$ が $|z| < 1$ ニテ有理型單葉ニシテ、 $z=0$ 極ヲメトスレバ

$$(1) \quad |a_2| \leq \frac{(1+|a|)^2}{|a|} + 2$$

$$f(z) = \frac{(\sqrt{5}-2)z}{z + (\sqrt{5}-2)(1-z)^2} = \text{ヨツテ等号が成立}$$

スル。

モシモ、コノ場合 a ヲ固定シテオイテ、 a ヲ極トシ、

$|z| < 1$ デ有理型單葉 $f(z)$ ノ集合ヲ考ヘ、 $\forall a_2$ ノ
評價トナルト $\frac{(1+|a_1|)^2}{|a_1|} + 2$ ノ値ハ最良ナルモ、デハ
ナシ。

次ニ α ヲ用ヒテ a_2 ノ別ノ評價ヲ與ヘヨウ。

$g(z) = f(\alpha z)$ トオケバ、 $g(z)$ ハ $|z| < 1$ ニテ正則
單葉トナル。

$$g(z) = \alpha z + a_2 \alpha^2 z^2 + \dots$$

故ニ Bieberbach ノ評價ニヨリ

$$(2) \quad |a_2| \leq \frac{2}{|\alpha|}$$

(1), (2) ノ評價式ヲ較べルト、次ノコトガ容易ニ判ル。

$|\alpha| < \sqrt{5} - 2$ ナルトキハ (1) ノ方がマサリ

$|\alpha| = \sqrt{2} - 2$ ナルトキハ (1), (2) ハ同ジ評價トナリ

$|\alpha| > \sqrt{5} - 2$ ナルトキハ (2) ノ方がマサル。

$$\S 2. \quad f(z) = \frac{z}{1 + e^{-2i\theta} z^2} = z - e^{-2i\theta} z^3 + \dots \quad (\theta \text{ ハ實數})$$

ハ明カニ $|z| < 1$ デ單葉正則デ、 z^2 ノ係數 a_2 ハ 0 デ $\frac{1}{2} e^{i\theta}$
ナル値ヲトラナシ。

逆ニ $f(z) = z + a_2 z^2 + a_3 z^3 + \dots$ ガ $|z| < 1$ デ正則單葉デ
 $a_2 = 0$ 且ツ $f(z) \neq \frac{1}{2} e^{i\theta} (\theta \text{ ハ實數})$ ナラバ

$$f(z) = \frac{z}{1 + e^{-2i\theta} z^2}$$

トナルコトヲ証明シヨウ。

簡單ノ $\alpha \times \frac{1}{2} e^{i\theta} = \alpha$ トオク。

$$g(z) = \frac{-zf(z)}{f(z) - a}$$

トオケバ $g(z)$ は $|z| < 1$ で正則単葉デ

$$g(z) = z + (a_2 + \frac{1}{a})z^2 + \dots$$

$a_2 = 0$ + ル故

$$g(z) = z + \frac{1}{a}z^2 + \dots$$

z^2 の係数が $2e^{-i\theta}$ + ル故

$$g(z) = \frac{z}{(1 - e^{-i\theta}z)^2}$$

オキモトセバ

$$f(z) = \frac{z}{1 + e^{-2i\theta}z^2}$$

———— (完) ————