



Title	locally bicomactly bounded ナ空間ニツイテ（Ⅱ）
Author(s)	寺阪, 英孝
Citation	全国紙上数学談話会. 1941, 229, p. 693-698
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74926
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

996. locally bicomactly bounded ト空間=ツイテ(II)

寺 阪 英 孝 (阪大)

§5. 空間ノ積ト和

(K^n) 及ビ (LK^n) ノ實例ヲアゲルツモリト約束シテ置キマシタガ、証明ガウマク行カナイノデ、取敢ベズ問題ニシテオキマス。コノ外ニモ成ルタケ具体的ナ問題ヲ先ヅ出シテオキマスカラ智慧ヲオ増シ下サイ。

サテ §3 ノ例ヲ一般ニシテ

問2 $\{r\}$ ヲ有理數 r ノ全体スハ $r = \frac{1}{n}$ ($n=1, 2, \dots$) ノ全体トスル。サウスルト座標 $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ナル Euclid 空間 R^n カラ $x_i = r$, $r \in \{r\}$ ナル超平面ヲ除イタ残ハ (K^n) 空間デアアル。

問3 Euclid 空間 R^n カラ半超平面 $x_n = 0$, $x_i > 0$ ヲ除イタ残ハ (LK^n) 空間デアアル。

イザレモ R^n ノ部分空間故、定理2ニヨツテ、ソクモ (K^n) 及ビ (LK^n) ヲ云ヘバヨイノデアアル。モウシ欲ヲ出シテ

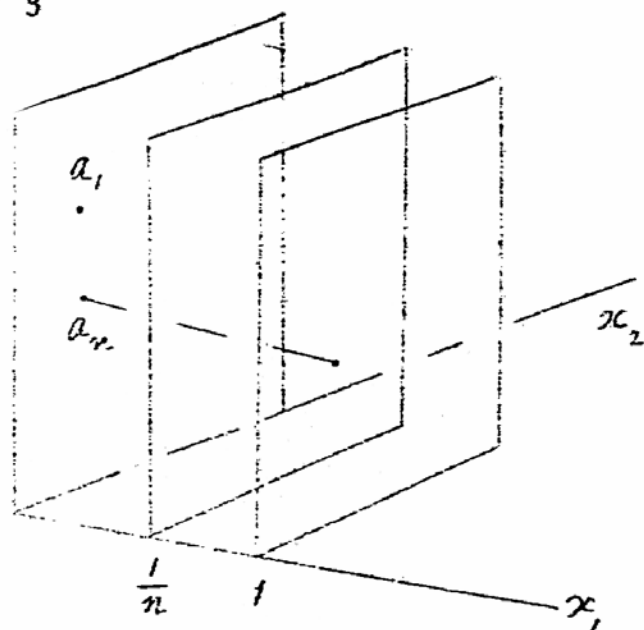
問4 R^n ノ部分空間デ (K^m) スハ (LK^m) ナルモノノ特性如何。

ヲ決定シタラ齒イイ訳デアアルガ、コレニツイテハ次ノ例ヲ参考ニ供シマス。

例5 R^3 カラ $x_i = \frac{1}{n}$ ($n=1, 2, \dots$) ナル平

面ヲ除ケバ $(K^3) = x_3$

ナルガ、モシ更ニ
 $(x_2 x_3)$ 平面内、
 凡テ、有理点 $\{a_n\}$
 カラ x_3 軸ノ正ノ方向
 ニ平行ニヒイタ直線
 ヲ除ケバ、 (K^2) が得
 ラレル。



即チ局部連結性

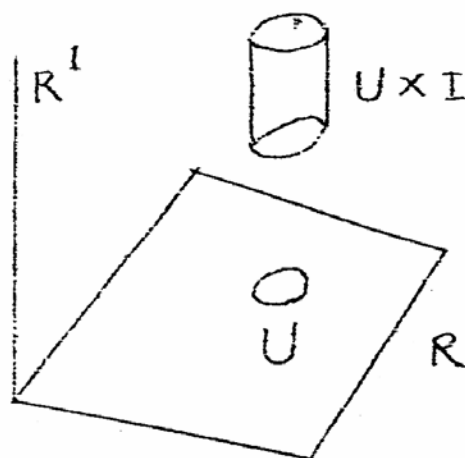
ナドが大イニ関係シテ来ル。

モーツ問2 ニツイテ考ヘラレルノハ前ニモ述
 ベタ。

問5 (K^n) 空間ト直線 R^1 トノ積空間ハ (K^{n+1}) デ
 ハナカラウカ。

ト云フノデアアルガ、コレヲ素朴ナ方針デ証明シヨウトス
 ルト先ヅ次ノヌウナコトが考ヘラレル。即チ R^1 興ヘテ R^n
 (K^n) 空間トシ、 U ヲソノ近傍、

I ヲ R^1 ノ interval トシ、
 $R \times R^1$ ノ近傍トシテ $U \times I$ ヲ
 トレバ、 $R \times R^1$ が (K^{n+1}) ナ
 ルコトヲ云フニハ、 $U \times I$ ノ境
 界が (K^n) ナルモノガ任意ニ



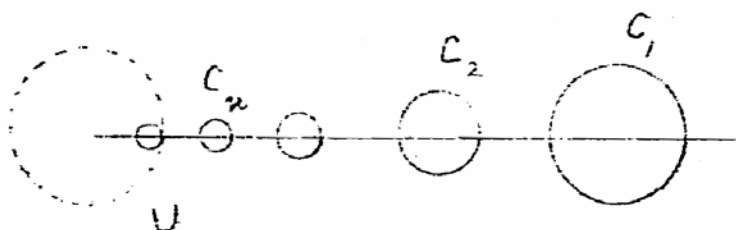
小サクトレルコトヲ示セバヨイ。ナヲ定理ガ $n-1$ マデハ成
 立シテキルモノト假定シ、 U トシテ $\dot{U}$ が (K^{n-1}) ナルモノ

ヲ考へレバ、 $\dot{U} \times I$ ハコノ假定ニヨリ (K^n)、從ツテ
 $\dot{U} \times I$ ノ境界ハ開ゲタ (K^n) ノ和 (即チ $\dot{U} \times \bar{I}$ ト $\bar{U} \times I$ = 個
ノ和) = ナルカラ、モシ [開ゲタ (K^n) 空間* ノ和ハ矢張
リ (K^n) 空間デアアル] コトガ正シケレバ、ヨミ取デアアル。所
以實ハコレガ成立タ+イノデアッテ次ノ實例ガアル。

参考定理 I ニツノ開ゲタ ($\dot{K}$) 空間* デ和ガ ($L\dot{K}$)
ノルモノガ存在スル。

何者、先ヅ ($L\dot{K}$) 空間トシテ例々、即チ平面カラ x 軸
ノ正部分ヲ除イタ残 R ヲトル。コレヲニツノ開ゲタ ($\dot{K}$)
空間ニ分ツタメ、 x 軸ノ正部分ニ中心ヲモチ、原点ニ收斂
スル互ニ素ト円盤

$C_1, C_2, \dots$ モ考
ヘル。



ソウスルト

$$R \cdot \overline{\sum C_n} = A$$

ハ原点ヲ含ミ、コノデハ ($\dot{K}$)、他ノ A 点デハ ($L\dot{K}$) ヨリ
テ A ハ ($\dot{K}$) 空間デアアル。又

$$R - \sum C_n = B$$

ハ矢張 O 原点以外デハ ($L\dot{K}$)、原点デハ因ノ如キ近傍 U
ヲトレバ $\dot{U}$ ハ (K) + R 故、 B ハ ($\dot{K}$) デアル。

即チ $R = A + B$

ノ如ク ($L\dot{K}$) ガニツノ開ゲタ (K) ニ分タレタ。

大開ゲタ空間云々ト云フノハ、和空間ノ中デ開ゲラネルトイフ意
味。

コノ例ニヨツテ加法定理が成立シナイコトが分ツタ、従ツテ積定理モ素朴ナ方法デハ証明ガムツカシイコトニナラフ。

サテ参考定理カラ思付クコトハ

定理4 開ヂタ (K^n) = 開ヂタ (K) ヲ加ヘレバ高々 (K^{n+1}) = ナル。

コレハ容易デアツテ、 (K^n) 空間ヲ A 、 (K) 空間ヲ B トスレバ、 AB = 合マレル点 α が $A+B$ 内デ高々 (K^{n+1}) ヲ云ヘバヨロシイ。先ツ $\alpha \in B$ 故、 $\cup \alpha$ ヲ適當ニトツテ $\dot{U}B$ が (K) ノヨウニ出来ル。ユノ U = ツイテ $\dot{U} \cdot A$ ヲ考ヘルト、コレハ閉集合故定理3ニヨツテ高々 (K^n) デアル。従ツテ

$$\dot{U} = \dot{U}A + \dot{U}B$$

ハ高々 (K^n) ナ開ヂタ空間ト (K) トノ和ニナル故

定理5 開ヂタ (K^n) スハ (LK^n) ト (K) トノ和ハ夫々 (K^n) スハ (LK^n) デアル。

コトニ注意スレバ $\dot{U}$ ハ高々 (K^n) デアリ、従ツテ α ハ $A+B$ = 於テ高々 (K^{n+1}) デアル。

コノ定理5ハ帰納法ニヨツテ簡單ニ証明出来ル但シ開ヂタキルコトハ必要ナリテ、例ヘバ直線 R' カラ $x = \frac{1}{n}$ ($n=1, 2, \dots$) 及ビ原点ヲ除イタ空間ハ (LK) 然ルニコレニ原点 (即チ (K)) ヲツテ加ヘレバ (K) = ナツテ了フ。

所デ定理4ハモ少シヨクナリハンマイカ。即チ

問6 開チタ(K^n) = 開チタ(K)ヲ加ベレバ高々
 (LK^n) = ナルノデハアルマイカ. 開チタ(LK^n) = 開
 チタ(K)ヲ加ヘテモ矢張り(LK^n)デハアルマイカ. 一
 般 = (LK^n) = 開シテ加法定理が成立ツノデハアル
 マイカ。

ナド考ヘラレル。

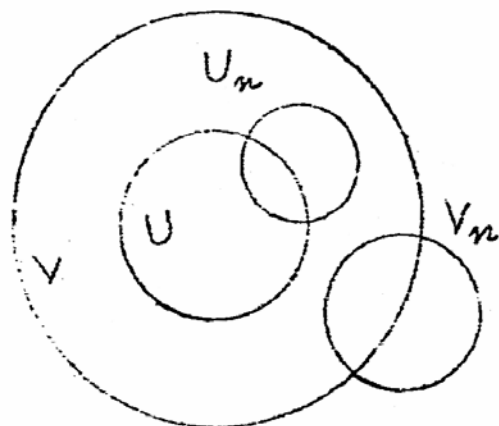
コソナニ想像許シテキテ証明ヲ実行シナイノモ氣がヒ
 ケマスノデ, 次ノ小サナ定理ヲ証明シテミマス。

定理6 正則可分チ(K)メハ(LK)空間ハ一点ヲ
 附加スレコトニヨツテ高々(LK) = ナル。

コレハ次ノ定理カラ導ケル。

定理7 正則可分チ高々(LK)チ空間内ノ任意ノ
 $U \in V$ ($U \subset V$ ノコト)ナル開集合 U, V ニ対シ, $U \subset U^*$
 $\subset V$ デアツテ且ツ U^* が高々(LK)ナル開集合 U^* が存
 在スル。

(証) 考ヘテキル空間ヲ
 R トスル。 R ハ高々(LK)故,
 各点 $x \in R$ ニハ境界 $\dot{U}(x)$ が
 高々(LK)ナル任意ニ小ナ
 近傍 $U(x)$ が存在スル可分ノ



假定カラ, カナルモノ可附番個ヲ空間 R ノ基本近傍系ニト
 ルコトが出来る。ヨツテソノ中, U ト交ハリ且ツ $\subset V$ ナ
 ルモノヲ $U_1, U_2, \dots$ トシ, 又 U ト全ク離レテキルモノ
 (開集同志モ素ナルモノ)ヲ $V_1, V_2, \dots$ トシテ

$$U = U_1 + (U_2 - \bar{V}_1) + (U_3 - \bar{V}_1 - \bar{V}_2) + \dots$$

ヲ造レバ, U^* が求ムルモノナルコトカナル。何者、先ヅ

$$U \subset U^* \subset V$$

ハ明。次 $\dot{U}^*$ が高々 (LK) ナルコトヲ示ス々々ニ, $\dot{U}^*$ 任意ノ点 x ヲ考ヘル。

(i) $x \in U_n$ ナラバ $U_n \cdot U^*$ ヲ計算スル

$$U_n \cdot U^* = U_n \cdot U_1 + \dots + U_n \cdot (U_n - \bar{V}_1 - \bar{V}_2 - \dots - \bar{V}_{n-1})$$

ニナル。ソレ故 $U_n \cdot \dot{U}^*$ ハ U_1 カラ U_n マデ及ビ V_1 カラ V_{n-1} マデノ境界ノミガ関係スルカラ高々 (LK) ニナル。

(ii) $x \in V_n$ ナラバ

$$V_n \cdot U^* = V_n \cdot U_1 + \dots + V_n (U_{n-1} - \bar{V}_1 - \dots - \bar{V}_{n-1})$$

トナツテ同様デアル。

ヨツテ $\dot{U}^*$ ハ高々 (LK) デアル。

[系] $(\ddot{K})$ 空間デハ $(\dot{K})$ 点ハ孤立シテ居ラス。

$(\dot{K})$ 点デドノヌリニ分布シテキルカハムツカシイ問題カモ知レナイ。類推ニヨリ Menger / dimensions-theorie p. 139 以下ニアル äusserst schwach eindimensional ナ空間 (Sierpinski: Fund. Math. 2 1 1) ヲ調べテミルトコレハ (LK) ナゾコノヌマデハ級ニ立タカッタ。