



Title	作用素ノ解析的表現トソノ應用
Author(s)	小笠原, 藤次郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1942, 231, p. 778-781
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74935
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

1005. 作用素ノ解析的表現トソノ應用

小笠原 藤次郎(廣文理大)

L. Kantorovitch: *Linear operations in semi-ordered spaces. I. Recueil Math* 7(1940) 209-284ノ定理16ノ一般化及ビソノ簡單ト應用ヲ示ス。記法, 定義等ハ大体ニ於テコノ論文ニ從フコトニシタ。

§1. S ヲ *biconnact Hausdorff space*, C 及ビ M ヲソノ上ノ連續函数空間及ビ有界 B -可測函数ノ *vector lattice* トスル。 γ ヲ Kantorovitchノ K_L 型空間トスルトキ次ノ定理ガ成立スル。

定理1. C ヲ γ ニ移ス加法的作用素ニツイテ $H_r = H_b^0$ ガ成立シ, $U \in H_r = H_b^0$ ノ特性トシテ γ ノ値域トスル Borel 集合族上ノ (0) -有界完全加法的測度 $m(E)$ ガ定マリ $x(p) \in C$ ニ對シテ

$$Ux = \int_S x(p) m(dE), \quad (var m)(S) = |U|$$

ガ成立スル。從ツテ任意ノ $U \in H_r = H_b^0$ ハ M カラ γ ヘノ H_b^0 ノ作用素ニ擴大サレル。

(証) U ヲ正, 負ノ二部分ニ分ケソノ各ニツイテ定理ノ表現式ヲ証明スルベヨイ。証明ニツイテ A. Markoff, *Recueil Math.* 4(1938) 168-190ヲ殆ンド文字通り移シテ得ラレルガ茲デハ *vector lattice*ノ表現論

ノ使ツテモ証明サレルコトヲ示ス。ソノ準備トシテ二三ノ補助定理カラ始メル。

補助定理 1. $\mathcal{B}$ -space 空間ノ basic open sets (開且ツ閉集合ノ意味)ノ集合族上デノ K_0 型空間ヲ値域トスル正値加法的集合函数ハ $\mathcal{B}$ -orel 族上正則 + 正値完全加法的集合函数ニ拡大サレル。

(証) 値域ガ実数空間ノ場合ト大差ナシ。完全加法的ノ証明ニ K_0 型空間ノ一性質ヲ使用スル。Idorfノ拡大定理ナドモ値域モ K_0 型空間トシテモ成立スルコトヲ注意スル。

補助定理 2. Archimedean vector lattice X 上ノ complete vector lattice ヲ値域トスル正ノ同次加法的函数ハコノ性質ヲ成ヘナイデ X ヲ含ム最小ノ complete vector lattice 上ノ函数ニ拡大サレル。

(証) コノ補助定理ヲウシ一般ニシタモノヤ, Iahn-Banachノ定理ニ對應スルモノヲ書スベテ Banachノ本, 27-29頁ノ考ヘ方ニ従ツテ証明サレル。

コレカラ本定理ノ証明ニ入ル。 C ヲ vector lattice ト考ヘテ C ノスベテノ normal idealノ全体ノ作ル complete Boolean algebraノ表現 $\mathcal{B}$ -space ヲ Ω トスル。(前田文友, 小笠原藤次郎, vector latticeノ表現, 小笠原藤次郎, $\mathcal{B}$ -space = ツイテ —— 紙上談話會 —— ノ記法, 定義等断リナシニ使フ)。

Ω 上ノ有界連続函数ハ C ヲ含ム最小ノ complete vector lattice デアル。 $\mathcal{U}$ ヲ正トシテ $\mathcal{U}$ ヲ補助定理 2ニ依ツ

ヲ拡大シタモノヲ U_{Ω} トスル. basic open sets O_{α} ノ
特性和数ヲ e_{α} トシテ $\mu(O_{\alpha}) = U_{\Omega}(e_{\alpha})$ トオク。

補助定理 1 = 依ッテ $\mu(O_{\alpha}) \in \Omega$ / スベテ / Borel 集合 /
上へ拡大スル。 S ハ Ω 上 $C =$ 依ッテ reduce シタモノヲア
ルカラ S Borel 集合 $E = \bigcap \Omega$ / Borel 集合 E^* が對應
スルモノトス。 $x =$ 對應スル Ω / 連續函数ヲ $f_x(\xi^*)$ トス
ルトキ

$$m(E) = \mu(E^*) \text{ トオイテ}$$

$$\int_S x(p) m(dE) = \int_{\Omega} f_x(\xi^*) \mu(dE^*) = U_{\Omega} x = U x$$

が証明サレル。定理 1 残りノ部分ノ証明ハコレカラ直グ出来
ル。

§ 2. 定理 1 / 簡單ノ應用ヲノベル。 X ヲ Banach 空
間, $Y \in K_b$ トスル。 $U \in H_b^0$ ヲ考ヘル。 X / 共軛空間 $\bar{X}$ /
單位球ヲ S トス。 S ハ X / 要素 = ヨル弱位相化 $\leftarrow$ ヨッテ bi-
compact Hausdorff 空間トナル。

U ハ S / 連續函数ノ空間ノ部分空間カラ Y へ / H_b^0
ノ作用素トナル。 S 上ノ任意ノ連續函数ヲ $\varphi(f)$ トシ $\rho(\varphi)$
 $= \|U\| \|\varphi\|$ ト置イテ $Idahn - Banach$ / 拡大定理 = ヨ
ッテ U ヲ S 上ノスベテノ連續函数ノ作ル空間 C ヲ Y へ移ス
 H_b^0 / 作用素 = 拡大サレルカラ前定理 1 = 依ッテ任意ノ $x \in X$
= 對シテ

$$Ux = \int_S x(f) m(dE), \quad (var m)(S) = \|U\|$$

ト書カレル。 x_n が x = 弱収斂 スルトキ $\|x_n\| \rightarrow 0$ ハ $U_x = (0)$ - 収斂スル。 従ッテ X が *locally weakly compact* Y が B_2 スハ ℓ_2 型空間 / トキ $U \in H_b^0$ ハ 完全連続作用素トナル。 ス $X=Y=L$ 空間 / 様ナトキハ, カナル作用素ヲ二回重ネタモ / が完全連続作用素ニナル (吉田, 三村, 角谷, 學士院記事, 14 (1938) 359-362)

コレハ L 空間デハ區間が *locally weakly compact* トナルコトニナル。 Hilbert 空間 $L_2(\beta)$ デハ H_b^0 / 作用素 / *finite norm* / 作用素, $\iint K(\alpha, \beta)^2 d\alpha d\beta < +\infty$ ナル可測核ヲモツ積分作用素ハ一致スル。 コレハ Vukich; *Annals of Math.* 3分 (1937) 156-174 デ 特殊 / 場合 = 証明シテ 尤ルガ次因 = 一般 / 場合 / 証明ヲ行フ。

(注意) 以上ハ実係数 / 線形空間 / 場合ヲ / ベタガ複素係数 / 場合 = ハ 適當 + 定義ト修正 = 依ッテ以上 / 結果ヲコ / 場合 = 松ゲルコトが出来ル。 コレ = ハ Hahn-Banach / 定理 / 複素係数空間ヘ / 拡張ヲ必要トスル。 *trivial* + 事ト考ヘルカラ茲デハ述べナイ。