



Title	Cauchy ノ Integralformula ニ於ケル i ノ意義ニ就 テ
Author(s)	高須, 鶴三郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1942, 231, p. 782-787
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74936
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

1006. Cauchy, Integralformula = 於ケル i / 意義 = 就テ

高須 鶴三郎 (東北大)

私ガ $Z = x + j y$, ($j^2 = \mu + \nu j$; μ, ν, x, y : 實數)
ノ 函數論ノ 研究ヲ ヤツテ 居テ 氣附イタコトノ 二ニヲ 述べサセ
テ 頂キマス。

1. Cauchy, integral formula ハ 一般ノ 場
合 =

$$(1) \quad f(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta, \quad (i'^2 = -1)$$

トナツテ, 普通ノ 函數論ノ モノト 同型ニ ナリマス。其レカラ
直ニ 分ル 第一ノ コトハ, 此ノ i' ハ $Z = x + j y$ ノ 中ノ j ト,
ヨシヤ $j^2 = -1$ ノ 場合デモ 全然 無關係デアルコトデス。 其
レヲ 在来ノ 函數論デ $Z = x + i y$ ノ i ト (1) ノ i' トヲ 同ジ
ニシテ 居タコトハ, convention デ 間ニ 合セテ 居タノ デ
アルコトガ 分リマス。 (1) ノ i' ハ 積分部ニ ヒソシニ 居ル i' ト
約シ 合セル タメニ 遠入ツテ 居ル / デアツテ, Zahlen-
system $Z = x + j y$ ノ j トハ 無關係ニ 遊離シタ。
Hilfsmittel デアツテ, Zahlensystemヲ
genstoren スルコトナク, 恰モ 水ノ 中ノ 油ノ 如キモ / デ
アリマス。

其ノナラ 何處カラ 遠入ツタカト云フト, $x y$ 平面上ノ 法
則ヲ 規定スルノニ, Kreispunkteヲ 導入シタコトト,

角, Laguerre 型, 定義式

$$(2) \quad \frac{1}{j} \log(i, i_2, g, g_2) = \angle(g, g_2)$$

= アラハレル $\log$ / periodic function デアルコト
カラ 這入ッテ 素々 Hilfsmittel デアリマス。

2. 所ガコノコトガ言ヘンガタメニハ, (i) が成立スル
コトヲ確メネバナリス認マスガ, 一寸考ヘルト $\nu^2 + 4\mu > 0$
ノ場合ニハ (i) ノ成立, 或ハ其ノ持段ノ場合

$$(3) \quad \int_C \frac{d\zeta}{\zeta - z} = 2\pi i', \quad (i'^2 = -1)$$

ガ問題ニサレル様デス。事柄ハ同ジデスカラ以下専ラ $\nu = 0$,
 $\mu = 0$ ノ場合ニツイテ述ベマセウ。私ノ理論ト普通ノ在来
ノ函数論ト同功同罪デアルコトハ次ノ如ク對比的ニ考ヘル
ト(私ノ j -domain デマッテルコトヲ普通ノ函数論デハ
 i -domain デマッテ居ルコトナドガ分リ) 一目瞭然ニチ
リマス。

$$(4) \quad z = x + iy, \quad i^2 = -1 \quad | \quad Z = x + jy, \quad j^2 = +1$$

= 於テ

$$\begin{array}{l|l} x = r \cos \varphi, \quad y = r \sin \varphi, & x = \rho \cosh \theta, \quad y = \rho \sinh \theta, \\ r^2 = x^2 + y^2 & \rho^2 = x^2 - y^2 \end{array}$$

ヲ用フル時ニハ, xy -平面上ノ幾何學的法則ヲ規定スル材
料トシテ

$$\text{Kreispunkte} \quad | \quad \text{real absolute points}$$

ト角, Laguerre 型, 定義 (2) ヲ

$$j = i' \quad | \quad j = j$$

トテ導入シタコトナリ、此ノ土台ノ下ニ

在来ノ函数論

私ノ函数論

カヲトラ行クノデス。然ルニ、(4)ニ於テ意地悪ク

$$x = \rho \cosh \theta, y = \rho \sinh \theta \quad | \quad x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$$

ヲ導入シマス、最早

Kreispunkte

real absolute points

ハ無視サレ、新ニ

real absolute points | Kreispunkte

ガ王座ヲ占トルコトナリ、前ト xy 平面上ノ幾何學的法則

ガ別ニナルノデス。コノ際尚函数論ヲトラトラ展開セシ

メルニハ、今無視シタモノヲ追加シテ置カナケレバナリマ

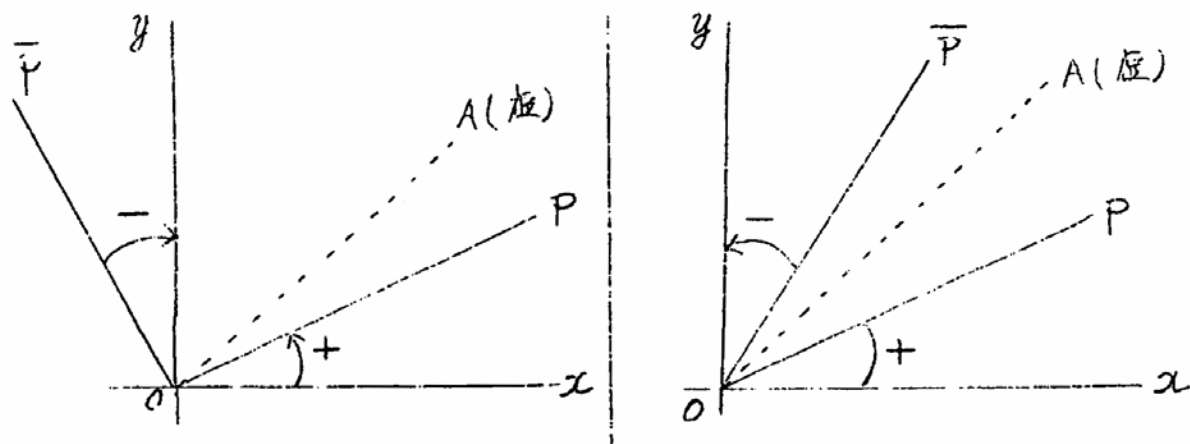
セヌ。ソウスルト

通常ノ

独特ノ

orthogonal involution が追加サレヌス。即

チ圖ニ於テ



OP, OP' は isotropes $OA, OA' =$ 關シテ共軛トシテ

オクト、

$$\begin{array}{l|l} \angle(0x, 0y) = \frac{\pi}{2} \frac{i'}{i}, & \angle(0x, 0y) = \frac{\pi}{2} \frac{i'}{j}, \\ \angle(OP, O\bar{P}) = \frac{\pi}{2} \frac{i'}{i} & \angle(OP, O\bar{P}) = \frac{\pi}{2} \frac{i'}{j} \end{array}$$

$$\angle(0x, 0y) = \angle(0x, OP) + \angle(OP, O\bar{P}) + \angle(O\bar{P}, 0y)$$

$$\begin{array}{l|l} \frac{\pi}{2} \frac{i'}{i} = \angle(0x, OP) & \frac{\pi}{2} \frac{i'}{j} = \angle(0x, OP) \\ + \frac{\pi}{2} \frac{i'}{i} + \angle(O\bar{P}, 0y) & + \frac{\pi}{2} \frac{i'}{j} + \angle(O\bar{P}, 0y) \end{array}$$

$$\text{仍テ} \quad \angle(0x, OP) + \angle(O\bar{P}, 0y) = 0$$

斯クシテ $\angle(0x, OP)$ ト $\angle(0y, O\bar{P})$ トハ cancel

シマス。特ニ $OP \rightarrow OA$ / 時ハ必然ニ $O\bar{P} \rightarrow OA$

此ノ原理ガアレバ, (2)ニ於テ

$$\int_{|p^2|=c \text{ (共轭双曲線)}} \frac{dz}{z-z} = \oint \frac{d \cosh \theta}{\cosh \theta} + i \oint \frac{d\theta}{\cosh \theta} \quad \left| \quad \int_{p^2=c \text{ (円)}} \frac{dz}{z-z} = \oint \frac{d \cos \varphi}{\cos \varphi} + j \oint \frac{d\varphi}{\cos \varphi} \right.$$

右以ノ diverge スル形ノ積分ガ OA, OA' デ作ラレル
果ツテ angular domains ノ角分ガ schrittweise
= cancel ナル, limit process デ converge
シテ零トナリ, 唯

$$\cosh \theta + i \sinh \theta \quad \left| \quad \cos \varphi + j \sin \varphi \right.$$

ガ正負号ヲ変ズル四ヶ所即チ radius vector ガ OA, OA'
ヲ通過スル四ヶ所ヲ

$$\frac{\pi}{2} \frac{i'}{i} \quad \left| \quad \frac{\pi}{2} \frac{i'}{j}$$

宛寄埃ヲ生シテ, 結局

$$4 \times \frac{\pi}{2} \frac{i'}{i} i = 2\pi i' \quad \Bigg| \quad 4 \times \frac{\pi}{2} \frac{i'}{j} j = 2\pi i'$$

が残ッテ (3) が *analysis* ノ法則ヲ破ルコトナク成立スルノデス。同様ノコトハ (1) ニツイテモ云ヘルノデス。

要之,

$$x + iy \quad \Bigg| \quad x + j y$$

ノ *pure analysis* ト, $x y$ 平面上ノ幾何學的法則トノ堀目が何処ニアルカト云フ問題ニ歸シマスガ, 之ニ明答スルノハ仲々骨が折レマスガ, 上ニ説明シマシタ通り

在來ノ $x + iy$ / 函数論 $\Bigg|$ 私ノ $x + j y$ / 函数
ヲスバリト手際ヨクスルニハ

Kreispunkte $\Bigg|$ *real absolute points*
ニ *refer* シタ

$$(x, y) \quad \Bigg| \quad (p, \theta)$$

ヲ用フレバ, 同功同罪 ナ違メルコトダケハ明白デアリマス。

此ノ意味デ 夫々ノ函数論ニツキ, $x y$ -平面上ノ Euclid 若クハ非 Euclid 幾何學ガ附隨サセフレテ居ルト云フコトが出来マス。目デ見テハ x - y -軸ハ直交軸ニトリマシタガ, 實ハ之レハ

普通 $\Bigg|$ *real absolute points*
ニ *refer* シタ

ノ意味ノ直交軸ガトツテアルノデス。此ノコトヲ理解サレナ

イト私、函数論（學士院記事、十一月号及ビ一月号、中ノ十一月号、筆、疵ハ一月デ正シテ登キマシタ。ansführliche Darstellung ハ東北理科報告ニ晚春頃出マセウ）ハ解ツテ頂ケマセン。私、函数論ヲ Euclid、見地即チ (r, φ) 、見地カラ非難サレルコトハ、在来、函数論ヲ (ρ, θ) 、見地カラ非難サレルノト同シ程度、議論ニナリマス。

附記 私、理論、鍵ハ $\oint d\theta = 2\pi \frac{i}{j}$ ト、ソシテ modulus ト absolute value トヲ區別スルコトト、二点ニアリマスガ、此、見地ハ bicomplex $Z = x + j y + j' j'$ 、 $Z + j$ 、 Z 、 $(j$ ト j' トハ別々ノ二次方程式ノ根）ノ場合ト tricomplex ノ場合ニモ鍵トナリマシテ、例ヘバ前者、special case タル $j^2 = -1$ 、 $j'^2 = +1$ ノ場合、ニ川道次君、1928, T.M.J. ノ論文ニ改良セラレ、四次元、Cauchy, integral-formula

$$f(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta$$

ニ於ケル $C \in$ 、ニ川君ノ如ク、Nullteiler、軌跡タル isotrope Hyperebenenヲヨケテ通ルモ、ニ限ル必要ハナクナリマス。イゾレ又組織的ナモノヲ発表シマセウ。