



|              |                                                                             |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| Title        | 標數 $p$ ノ準單純リイ環                                                              |
| Author(s)    | 松島, 興三                                                                      |
| Citation     | 全国紙上数学談話会. 1942, 232, p. 811-824                                            |
| Version Type | VoR                                                                         |
| URL          | <a href="https://doi.org/10.18910/74943">https://doi.org/10.18910/74943</a> |
| rights       |                                                                             |
| Note         |                                                                             |

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

# 1013. 標数 $p$ の準単純リー環

松島 興三 (阪大學生)

注意、体  $k$  の上、準単純リー環  $L$  を考へます。

$L$  の標数  $0$  のときは、 $L$  は可換なラザル単純環、直和 = ナリ、しかもその *derivation* はすべて *inner* = ナルコトは、よく知られてアリスが標数  $p \neq 0$  の場合 = ハ、一般 = 単純環の直和 = ナラズ、又 *derivation* は *inner* アルトハ限ラナイノデ、単純環のコトがワカッタトシテモ、準単純環の構造ハ一般 = ハ分ラナイシ、*derivation algebra* の構造モ複雑 = ナッテ来マスが、 $L$  の *ideal* が準単純デアルマウナ場合ハ、割合簡單 = ナリマスノデ、そのマウナ場合 = ツイテ、準単純環が単純環カラ、どのマウ = シテ得ラレルカラウシシラベテ見ルコト = シマス。

§1. 体  $k$  の上、Lie 環  $L$  を考へル。その積ヲ  $a \circ b$  ( $a, b \in L$ ) ア表スコト = シマス。

$$\sigma(\alpha x + \beta y) = \alpha \sigma x + \beta \sigma y$$

$$\sigma(x \circ y) = (\sigma x) \circ y + x \circ (\sigma y)$$

$$x, y \in L, \alpha, \beta \in k$$

ヲ満足スル linear transformation 7 derivation  
トヨブ。

$a \in L$  トスレバ、Jacobi の恒等式ヨリ

$$a \circ (x \circ y) = (a \circ x) \circ y + x \circ (a \circ y)$$

トナルカラ、 $x \rightarrow a \circ x$  ナル linear transformation  
ハ derivation トナル。コレヲ  $L$  ノ inner derivation  
トヨビ、Zassenhaus = ヲラツテ、 $a$  デ表スコトニ  
ナル。

ニツノ derivation  $\sigma, \tau$  カアツタトキ、 $\sigma \circ \tau$   
= $\sigma \tau - \tau \sigma$  ト定義スレバ、コレニヨツテ derivation  
ノ全体  $D(L)$  ハ  $k$  上ノ Lie 環ヲツクリ、inner  
derivation ノ全体  $I(L)$  ハ  $D(L)$  ノ ideal = ナル。<sup>1)</sup>

初メニ単純純環ノ derivation algebra ノコトヲ  
シラベテ見マス。

(定理 I)  $L$  ノ単純純 Lie 環トスレバ、 $L$  ノ  
derivation algebra  $D(L)$  ノ subalgebra  $R$

1) 吉田先生: A characterisation of the adjoint  
representation of the semi-simple  
Lie rings (Jap. Journ. 1938)

Zassenhaus: Über Liesche Ringe mit  
Primzahlcharakteristik (Abh.  
Hamburg Bd. 13. 1939)

デ、 $I(L)$  フクムモノハ、スベテ導單純デアル。特ニ  $D(L)$  ハ導單純デアル。

(証)  $R \ni D(L)$  , subalgebra,  $R \supseteq I(L)$  トスル。  $R$  ノ solvable ideal  $A$  フトル。  $A \cap I(L)$  ハ  $I(L)$  ノ solvable ideal デアリ、 $L \cong I(L)$  デアルカラ、 $A \cap I(L) = 0$ 。  $A \circ I(L) \subseteq A \cap I(L)$  ナル故  $A \circ I(L) = 0$ 。

従ツテ  $\sigma \in A$  トスレバ、任意ノ  $x \in I(L)$  ニ對シテ  $\sigma \circ x = 0$ 、シカルニ  $\sigma \circ x = \underline{\sigma x}$  デアルカラ、<sup>2)</sup> スベテ  $x \in L$  ニ對シ、 $\underline{\sigma x} = 0$  トナルカラ、 $\sigma x = 0$ 。  $\sigma = 0$  コレハ  $A = 0$  ナルユトヲ示ス。従ツテ  $R$  ハ導單純デアル。

f. e. d.

(定義) スベテノ derivation  $\sigma$  ニ對シ、invariant +  $L$  ノ submodule  $\neq L$  , characteristic ideal トヨブ。

Lie 環  $L$  が  $L \circ L = L$  フ満足スルトキ vollkommen トイフ。

(定理 2)  $L$  が vollkommen デ、且ツ  $\gamma$  ノ centrum  $= 0$  トスレバ、 $\gamma$  ノ derivation algebra  $D(L)$  ニ於テハ、 $I(L)$  フクム subalgebra , derivation ハ  $D(L)$  , inner derivation ニ擴張出来ル。特ニ  $D(L)$  ノ derivation ハスベテ

2) cf. 1)

inner  $\mathbb{F}^3 \setminus V_0$ .

(証)

$R \supseteq I(L) \neq D(L)$ , subalgebra トスル。 $R$   
 / 任意 / derivation  $E$  トスル。 $L$ , centrum = 0  
 + スル故。 $L \cong I(L)$  デ、 $I(L) \wedge R$ , vollkommen  
 + Ideal = + スルカラ characteristic  $\neq$  アスル。<sup>4)</sup>  
 故 =  $E \wedge I(L)$ , de  $n \bar{E}$   $\neq$  induce スル。

$$L \cong I(L) + \text{ルコトヨリ, 任意 } x \in L \text{ に対し}$$
$$\begin{array}{ll} \mathbb{L} \longrightarrow I(\mathbb{L}) & \varepsilon x = \bar{\varepsilon} x \quad \text{ト+ル様+} \varepsilon x \text{ が一意的} \\ x \longleftrightarrow x & = \text{存在スル。} \end{array}$$

$\varepsilon \downarrow$ 
 $\overline{\varepsilon} \downarrow$ 
 $\varepsilon x \longleftrightarrow \overline{\varepsilon} x$

ヲオスレバ,  $x \rightarrow \varepsilon x$  ナル對應ハ  
 $L$ ノ derivation = ナル。スナハチ  
 $\varepsilon \in D(L)$

$\varepsilon$  が  $D(L) = \{ \varepsilon \}$  induce する inner derivation  
 $\gamma \varepsilon \vdash E - \varepsilon \Rightarrow \widetilde{E} \vdash \text{OK}.$

$$\begin{aligned} (E - \underline{\varepsilon}) \underline{x} &= E \underline{x} - \underline{\varepsilon} \underline{x} = \overline{\underline{\varepsilon}} \underline{x} - \underline{\varepsilon} \circ x \\ &= \underline{\varepsilon} x - \underline{\varepsilon} x = 0 \end{aligned}$$

故ニスベテノ  $\infty \in I(L)$ ニ對シ  $\widehat{E} \infty = 0$

$$\eta \in \mathbb{R} \vdash \Sigma \text{ IV.}$$

$$0 = \widetilde{E}(\eta \underline{x}) = \widetilde{E}(\eta \circ \underline{x}) = (\widetilde{E}\eta) \circ \underline{x} + \eta \circ (\widetilde{E}\underline{x})$$

3) Zassenhaus P. 52 =  $\wedge D(L)$  , derivation がスベテ inner = なるコトだけが書いてアル。

4) 'Zassenhaus P. 52.

$$= (\widetilde{E}\eta) \circ x = (\widetilde{E}\eta)x$$

又カラ、スベテノ  $x = 0$  則シ  $(\widetilde{E}\eta)x = 0$  従ッテ  $\widetilde{E}\eta = 0$  ナ  
 ハチ  $R$  デハ  $E = \varepsilon$  トナッテホル。  $q. e. d.$

(定理 3)  $L$  ノ準単純デ、単純環ノ直和ニナッテホ  
 ルトスル。ソウスレバ  $R \cong I(L)$  ナル  $D(L)$  ノ *subalgebra*  
 $R$  ハ定理 1 コリ準単純デハアルガ、 $I(L)$  ハ  $R$  ノ *maximal*  
*fullreducible*<sup>5)</sup> *ideal* デ、 $R$  ガ  $I(L)$  ヨリ、本當  
 ニ大キイ場合ハ *fullred.* ニナラヌ。シカシ、 $R$  ノ *ideal*  
 ハスベテ準単純デアル。

(証)

$L \cong I(L)$  ナル故、 $I(L)$  ガ *fullred.* ナルコトハ明カ  
 デアル。  $I(L)$  ノ含ム  $R$  ノ *fullred. ideal*  $A$  ガアルトス  
 レバ、 $I(L)$  ハ  $A$  ノ直和因子トナル。  $\therefore A = B + I(L)$ 。  
 $B \cap I(L) = 0$  ナル故、前ト同様ニシテ、 $B = 0$  従ッテ  
 $A = I(L)$  トナル。

次ニ  $R$  ノ *ideal* ガスベテ準単純ナルコトヲイフ。  $A$   
 ノ任意ノ  $R$  ノ *ideal* トスル。  $I(L) \supseteq A$  ノトキハ  $I(L)$   
 ガ *fullred.* ナルコトヨリ明カデ、又  $I(L) \cap A = D = 0$  ノ  
 トキハ、 $A = 0$  トナルカラ、 $D \neq 0$ 、 $A \not\subset I(L)$  トシテ証明  
 スル。  $I(L)$  ハ *fullred* ナル故、 $D$  ハ  $I(L)$  ノ直和因子ト  
 ナル。

5) 以後可換ナラザル単純環ノ直和ニナル環ノコトヲ *full-*  
*red* トヨブコトニスル。

$I(L) = B + D$  シカル =  $B$  の明カ = *vollkommen*  
 故カラ  $I(L)$ 、*ch. ideal* ナ、 $I(L)$  が *ideal* ナカラ。  
 $R$ 、*ideal* トナル。

$D$ 、*centralisator*<sup>6)</sup>ヲ  $Z(D)$  トスル。  $B \circ D = 0$   
 ナカラ  $B \subseteq Z(D)$  ナアルカラ

$$B \subseteq Z(D) \cap I(L)$$

シカル =  $D \cap Z(D)$  ハ  $R$ 、可換 + *ideal* ナアルカラ、

$$D \cap Z(D) = 0$$

従ッテ  $(I(L) \cap Z(D)) \cap D = 0$  故 =

$$(I(L) \cap Z(D), D) = (I(L) \cap Z(D)) + D$$

$$\begin{aligned} (I(L) \cap Z(D), D) &\subseteq I(L) = B + D \\ &\subseteq (I(L) \cap Z(D)) + D \end{aligned}$$

ナル故

$$I(L) = (I(L) \cap Z(D)) + D \quad B \subseteq I(L) \cap Z(D)$$

ヨリ

$$B = I(L) \cap Z(D)$$

トナル。

$$\begin{aligned} B \cap A &= I(L) \cap Z(D) \cap A = (I(L) \cap A) \cap Z(D) \\ &= D \cap Z(D) = 0 \end{aligned}$$

ナル故  $(B, A) = B + A$ ,  $(B, A) \subseteq (I(L), A)$  ナガ

$$I(L) = B + D \subseteq B + A, A = B + A$$

ナル故

$$(I(L), A) = B + A \text{ トナル。}$$

6)  $x \circ D = 0$  ナル  $x$ 、 $\forall D$  全  $x$ 、ソレハ又  $R$ 、*ideal* = ナル。

故=、 $A$  ideal  $\wedge (I(L), A)$ , ideal トナルガ、  
 $(I(L), A) \supseteq I(L)$  ハ定理 1 = ヨリ、準單純ナレ故、 $A$   
 モ準單純デナケレバナラナイ。 q. e. d.

§2. 次=、上=マッタコトノ逆ヲ考ヘテ行クコト=シ  
 マス。

group ノ場合=、Fitting が同ジマウナコトヲマッ  
 テ居リマスガ (Fitting: Beiträge zur Theorie  
 der Gruppen von endlichen Ordnung,  
 Jahresbericht D. M. V. Bd. 48) Lie 環ノ場  
 合=ハ、準單純環ノ ideal ハ準單純=ナラナイカモシレ  
 ナイノデ、假定=入レテマラネバナリマセン。

先ヅ、初メ=準單純+ $L$ ノ minimal ideal が  
 スベテ準單純デアルト假定シマス。コノ假定ナレ=次ノ  
 Lemma が成立ツ。

(Lemma 1)

任意ノ準單純環  $L$  ノニツノ ideal  $A, B$  が full-  
 reducible ナラ、ソノ和  $(A, B)$  モ fullred. デアル。

(証)

定理 3 ノ証明ノトキト同様=シテ、 $A \wedge B = D$ ,  
 $A = A_1 + D$  トスレバ、 $(A, B) = A_1 + B$  ナルコトが証  
 明出来ル。

$A_1 \in$ ,  $B \in$  fullred. デアルカラ、 $(A, B) \in$   
 fullred. デアル。

(定理4) *minimal ideal* が準単純 デアル  
 ヤウナ準単純環  $L$  ハ唯一ツノ  $0$  デナイ、*maximal full-  
 red. ideal*  $S$  フモテ、ソレハ *characteristic ideal*  
 デアル。

(証) *max. fullred. ideal* がニツアツタト  
 シ、コレヲ  $A, B$  トスレバ、ソノ和モ *Lemma 1* ニヨリ  
*fullred.* ニナルカラ、唯一ツニ限レユトガワカル。且ツ  
 ソレハ、勿論 *vollkommen* デアルカラ、*Characte-  
 ristic* デアル。次ニ  $0$  デナイコトヲイフ。

$L$  ノ *min. ideal*  $A$  ラトル。(  $A$  ハ *vollkom-  
 men* トナルユトハスガイヘル)。

$A$  ノ任意ノ *ideal*  $B$  フトレバ、 $B \circ B = B$  トナルナ  
 ラ、 $B$  ハ *vollkommen* デ、故ニ  $A$  ノ *ch. ideal* デ、  
 $A$  が *ideal* ナル故、 $L$  ノ *ideal* トナルカラ、  
 $B \supseteq B \circ B$ 、同様ニシテ  $B \circ B \supseteq (B \circ B) \circ (B \circ B) \dots$   
 シタガツテ、 $B$  ハ可解デアルカラ、 $A$  が準単純ナコトヨリ  
 $B = 0$ 、従ツテ  $A$  ハ単純デアル。 $A \subseteq S$  ダカラ、 $S \neq 0$ 、  
 f. e. d.

$S = S_1 + \dots + S_n$  ト単純環ノ直和ニナツタトスレバ  
 $S_i$  が可換デナイコトヨリ *vollkommen* デアルカラ、  
 前ノヤウニ  $S_i$  ハ  $L$  ノ *minimal ideal* ニナルコトガ  
 ワカル。逆ニ *min. ideal* ハ上ニ証明シタ如ク単純デ  
 アルカラ、 $S$  ハ実ハ *min. ideal* ノ *sum* トナリ、従  
 ツテ  $L$  ノ *Socket* (Loewy, Hompositionsreihe

ノ一番最後ノモノ) ト一致スルコトがワカル。故ニコレカラ  
上ノ  $S \supset L$ ,  $\text{Socket}$  トヨブコト = スル。

定理4ノ條件ノ下ニ

(Lemma 2)  $L$ ノ  $\text{Socket}$   $S$ ノ  $\text{centralisater}$   $Z(S)$ ガ準単純デアルト假定スル。ソウスレバ  
 $Z(S) = 0$  トナルコトがイヘル。

(証)

$S \cap Z(S)$ ハ可換 +  $\text{ideal}$  デカラ、 $S \cap Z(S) = 0$ 。  
故ニ  $(S, Z(S)) = S + Z(S)$

$Z(S)$ ノ  $\text{min. ideal}$   $A$ ヲ考ヘルト、 $Z(S)$ ガ準  
単純トイフコトカラ、 $A$ ハ  $\text{vollkommen}$ 。従ツテ  
 $Z(S)$ ノ  $\text{ch. ideal}$  デ、従ツテ  $L$ ノ  $\text{ideal}$  = ナル。  
勿論  $A \cap L$ ノ  $\text{min. ideal}$  デカラ、假定ヨリ準単純トナ  
ル。

定理4ヲ  $Z(S) = 0$  ヲツカヘバ、 $Z(S) \neq 0$  ナラ、 $0$   
デナリ  $\text{Socket}$   $S'$ ガアル。  $S + S'$ ハ  $\text{fullred.}$  = ナ  
ルカラ、 $S + S' = S$ ,  $S' = 0$  トナラネバナラナイ。従ツテ  
 $Z(S) = 0$  トナラネバナラナイ。

(定理5)  $L$ ガ準単純トシ、 $L$ ノ  $\text{min. ideal}$  及  
ビ  $\text{Socket centralisater}$ ガ準単純トスル。ソウス  
レバ、 $L$ ハ  $\text{fullreducible}$  +  $\text{Lie 環}$ ノ  $\text{derivation}$   
 $\text{algebra}$ ノ  $\text{inner derivation}$ ヲスベテ  $\Gamma$ ノ  $\text{subalgebra}$ ト  $\text{isomorph}$  デアル。

(証)  $L$ ノ  $\text{Socket}$   $S$ ハ  $0$ デナリ、 $\text{fullred.}$ デ

アル。

$a \in L = \text{對シ、} S \text{ノ derivation } \bar{a} : x \rightarrow a \circ x$   
( $x \in S$ )ヲ對應セシメルト、コレニヨリ  $L$ ハ  $D(S)$ ノ  
 $I(S)$ ヲフクムヌヲナ  $\text{subalgebra}$   $\bar{L} = \text{homomorph}$   
 $= \text{abbilden}$ サレルガ、Lemma 2ヨリ實ハ  $\text{isomorph}$   
ニナルコトがワカル。

定理3ト組合セテ

(系1)  $L$ ノ  $\text{min. ideal}$  及ビ  $\text{Socket}$ ,  $\text{centralisater}$ ガ準單純デアレバ、 $L$ ノスベテノ  $\text{ideal}$ ハ  
準單純デアアル。

(系2) 準單純環  $L$ デ、ソノ  $\text{ideal}$ ガスベテ準單純デア  
ルタメ、必要且ツ十分ナル條件ハ、 $L$ ガ  $\text{fullred.}$ ノ環  
ノ  $\text{derivation algebra}$ ノ  $\text{inner}$ ヲスベテフクム  
 $\text{subalgebra}$ ト  $\text{isomorph}$ トナルコトデアアル。

今ト全様ニ、 $L$ ノ  $\text{min. ideal}$  及ビ  $\text{Socket}$ ノ  
 $\text{centralisater}$ ガ準單純ト假定スル。 $\text{Socket } S$ ハ  
 $\text{ch. ideal}$ デアアルカラ、 $L$ ノ任意ノ  $\text{derivation } \sigma$   
ニ對シ、 $\sigma S \subseteq S$ トナルカラ、定理5ノ証明ニ於ケルト同  
様ニ、 $\sigma$ ニ對シ  $\sigma$ ガ  $S$ ニ於テ  $\text{induce}$ スル  $\text{derivation}$   
 $\bar{\sigma}$ ヲ對應サセルト、 $D(L)$ ハ  $D(S)$ ノ  $\text{subalgebra} =$   
 $\text{homomorph}$ ニラツルガ、實ハ  $\text{isomorph}$ ニナル。  
何者、 $0 = \text{對應スル } D(L) \text{ノ ideal}$ ヲ  $A$ トスレバ定理5ノ  
對應ガ  $\text{isomorph}$ ナルコトヨリ  $A \cap I(L) = 0$  コレヨ  
リ  $A = 0$ ガ出ル。 $D(L)$ ノ  $\text{Bild}$ ヲ  $\overline{D(L)}$ デ表ハス。

$\bar{\sigma} \in \overline{D(L)}$ ,  $\bar{a} \in \bar{L} = \overline{I(L)}$  トスレバ,

$$\begin{aligned} (\bar{\sigma} \circ \bar{a})x &= \bar{\sigma}(\bar{a}x) - \bar{a}(\bar{\sigma}x) = \sigma(a \circ x) - a \circ (\sigma x) \\ &= (\sigma a) \circ x = (\overline{\sigma a})x \end{aligned}$$

＋ル故

$$\bar{\sigma} \circ \bar{a} = \overline{\sigma a} \in \bar{L}$$

ス＋ハチ  $\bar{\sigma} \in \bar{L}$ , normaliser<sup>7)</sup>  $N(\bar{L}) =$  属スル。

逆 =  $\varepsilon \in N(\bar{L})$  トスレバ、任意  $\bar{a} \in \bar{L}$  = 對シ、

$\varepsilon \circ \bar{a} \in \bar{L}$  デカラ  $\bar{b} = \varepsilon \circ \bar{a} + \bar{c}$   $\bar{c} \in \bar{L}$  カ一意的 = 存在スル。  $\bar{b} = \varepsilon' a$  トオク。

ス＋ハチ  $\overline{\varepsilon' a} = \varepsilon \circ \bar{a}$  ヲツスレバ

$$\begin{aligned} \overline{\varepsilon'(a \circ b)} &= \varepsilon \circ (\overline{a \circ b}) = \varepsilon \circ (\bar{a} \circ \bar{b}) \\ &= (\varepsilon \circ \bar{a}) \circ \bar{b} + \bar{a} \circ (\varepsilon \circ \bar{b}) \\ &= \overline{\varepsilon' a} \circ \bar{b} + \bar{a} \circ \overline{\varepsilon' b} = \overline{\varepsilon' a \circ b + a \circ \varepsilon' b} \end{aligned}$$

＋ル故

$$\varepsilon'(a \circ b) = (\varepsilon' a) \circ b + a \circ (\varepsilon' b)$$

ス＋ハチ  $\varepsilon' \in L$ , derivation デアリ、 $x \in S =$  對

シテ  $\overline{x} = \underline{x}$  (ス＋ハチ  $\overline{x} \in S$ , inner derivation)

＋ルコトハ定義ヨリ明デアルカラ。

$$\overline{\varepsilon' x} = \varepsilon \circ \overline{x} = \varepsilon \circ \underline{x} = \underline{\varepsilon x} = \overline{\varepsilon x} \rightarrow \varepsilon' x = \varepsilon x$$

ス＋ハチ  $\overline{\varepsilon'} = \varepsilon$  デアル。 故 =  $\varepsilon \in \overline{D(L)}$ 。

ス＋ハチ  $\overline{D(L)} \cap \bar{L}$ , normaliser ト一致スル。

従ツテ

7)  $x \circ \bar{L} \subseteq \bar{L} + \bar{L}x$ , 全体ヲ  $\bar{L}$ , normaliser トヨブ。

(定理6)

準単純環  $L$  / *max. ideal*, 及び *sockel*, *centralisater* が準単純デアルト假定スル。ソウスレバ,  $L$  は *fulreducible* + *Lie* 環  $S$  / *derivation algebra*  $D(S)$  /  $R \cong I(S)$  + *subalgebra* + *isomorph* = ナルが、コノトキ  $D(L)$  ハ  $R$  /  $D(S)$  = 於ケル *normalizer*  $N(R)$  + *isomorph* = ナル。

上ノ証明ノ系トシマシテ

(系) 上ノ同じ條件ノ下デ、 $L$  ノニツノ *derivation*  $\sigma$ , テガソノ *sockel*  $S$  ノスベテノ元  $x$  = 対シ  $\sigma x = \tau x$  ナラ  $\sigma \equiv \tau$  デアル。

$\sigma$  = *sockel*, *derivation* がスベテ  $L$  ノ *derivation* = 拡張出来ルトスレバ、 $\overline{D(L)} = D(S)$ , スナハテ  $\overline{L}$  ハ  $D(S)$  ノ *ideal* = ナリ、更ニ  $L$  ノ *inner derivation* = 拡張出来ルトスレバ、上ノ系ヨリ、 $L$  ノ *derivation* ハスベテ *inner* デアルコトガワカル。

従ツテ、 $\overline{L} = D(S)$  トナル。

前ニヤツタコトト一緒ニスレバ

(定理7)

準単純環  $L$  が *fulreducible* + 環ノ *derivation algebra* + *isomorph* = ナルタメノ必要且ツ十分ナル條件ハ

- 1)  $L$  ノ *ideal* ハスベテ準単純デ,
- 2)  $L$  ノ *sockel*, *derivation* がスベテ  $L$  ノ

inner derivation = 拡張出来るコトデアル。

§3. Zassenhaus ハ上記論文 80 頁デ次ノエツノ Vermutung フ述ベテ居リマス。

1) 可換デナイ單純環  $L$  ノ outer derivation algebra  $D(L)/I(L)$  ハ可解デアル。

2) スベテノ可換デナイ charakteristisch einfach + Ring ハ Charakteristik  $p$  ノトキ、 einfach + algebra,  $p$ -Potenz ring = ナル。

3)  $L$  フ可換デナイ、 charakteristisch einfach + 環トスレバ  $D(L)/I(L)$  ハ可解デアル。

(案ハ 1) 2) ヨリ 3) ガ出ルコトが書イテアリマス)

更ニ 2) 3) ヨリ次ノコトヲ結論シテ居リマス。

4) vollkommen + 準單純環 ハ可換デナイ單純環ノ直和 = ナル。 (P. 80, Satz 8)

トユロガ Jacobson ハ Classes of restricted Lie algebras of characteristic  $p$ . I (American Journal Vol. LXIII 1941) デ 1) = 対スル反例ヲ示シテ居リマス。ソウスレバ勿論 3) モ一般ニ成立タヌワケデスガ、コノデ 4) モ案ハ一般ニ成立タヌコトヲ言ヒマス。

ソノタメニハ 4) ガ正シイトスレバ 1) モ正シイコトヲ証明スレバ十分ナワケデス。4) ガ成立シテ 1) が成立シテ

イトスル。ソウスレバ可換デオイ單純環  $L$  がアッタ。

$D(L)/I(L) = K$  が *solvable* デタイ。

$$A^0 K = K, AK = K \circ K, A^2 K = A(AK) = (K \circ K) \circ (K \circ K) \dots$$

$$A^i K = A(A^{i-1} K) = A^{i-1} K \circ A^{i-1} K$$

トオク。(  $A$ : *Ableitung* )

$K \supseteq AK \supseteq A^2 K \supseteq \dots$  テ、 $K$  は *solvable* デタイ

カラ、 $i$  がアッタ

$$A^i K = A^{i+1} K = \dots \neq 0$$

トナル。

$$N = A^i K = A^i (D(L)/I(L)) = A^i D(L) + I(L) / I(L)$$

デアルカラ

$$N = A^i D(L) + I(L) = A^{i+1} D(L) + I(L) = \dots$$

$N \not\subseteq I(L)$  デアル。

$$AN = A(A^i D(L) + I(L)) \supseteq A^{i+1} D(L) + AI(L)$$

$$= A^{i+1} D(L) + I(L) = N \quad (\because AI(L) = I(L))$$

ナル故、 $AN = N$  スナハチ  $N$  は *vollkommen* デアル

が  $N \not\subseteq I(L)$  デカラ、定理3ニヨリ準單純デシカモ、單純

環ノ直和ニナラナイ。コレハ矛盾デアル。