單葉函數論ニ於ケル凸型常數ニ就イテ

春木　博

$f(z)=z+a_2z^2+\cdots\cdots$ ヲ $|z|<1$ デ正則單葉トスルトキ，$2-\sqrt{3}$ ハ函數族 $\{f(z)\}$ ノ凸型常數トシテ知ラレテヰル。今 $2-\sqrt{3}$ ニ対シ、他ノ一ツノ意義ヲ與ヘヨウ。

（定理）$f(z)=z+a_2z^2+\cdots\cdots$ ヲ $|z|<1$ デ正則單葉トスルトキ $|zf'(z)|$ ニ於テ $|z|=r$ ヲ一定トシ函數ヲカヘタトキノ下限ヲ $\varphi(r)$ トスルトキ，$0\leqq r<1$ ニ於ケル $\varphi(r)$ ノ上限ハ $\frac{\sqrt{3}}{18}$ ニシテ、ソレハ $|z|=2-\sqrt{3}$, $f(z)=\frac{z}{(1-z)^2}$ ニ依ッテ到達サレル。

（証明）$f(z)=z+a_2z^2+\cdots\cdots$ ハ $|z|<1$ ニテ正則單葉ナル故 $|z|=r$ トスレバ

$$\left|zf'(z)\right|\geqq\frac{r(1-r)}{(1+r)^3}$$

右辺ノ最大値ヲ求ムレバ $r=2-\sqrt{3}$ ノトキ $\frac{\sqrt{3}}{18}$ トナル。

――（完）――