



Title	一般二元複素変数函数ノ Categories二就テ
Author(s)	高須, 鶴三郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1942, 233, p. 892-895
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74956
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

1025. 一般二元複素変数函数 / Categories = 就テ

高須 鶴三郎(東北大)

$\zeta = x + j y$ ($j^2 = \mu + \nu j$; μ, ν, x, y ハ實數)
ノ函数論ハ之ヲ一段高イ所ニ跳ビ上ツテ, $\zeta = x + j y$
 $+ i j z + i u$ ノ函数論ノ見地カラ眺メテ見ルト, ソノ
Category がハッキリシマス。此ノ ζ ハ四次元ノ Euclid
若シクハ非 Euclid parabolic + 空間ノ直交系
 $x y z u$ = refer シテ表現が出来マス。ソノ際 $x y$ -平面
及ビ $z u$ 平面上デハ u linkel mass が hyperbolisch
+ N. E. parabolic geometry が成立シ, $y z$ -平
面及ビ $x u$ -平面デハ Euclid 幾何が出来マス。私が
マツテ居ル $\zeta = x + j y$ ノ函数論ハコノ bicomplex
ノ場合ニ於テ, ζ ノ domain 7 $x y$ -平面 ($z = 0$,
 $u = 0$) = 限ツタ場合ノ bicomplex ノ函数論デアリ
マスカラ, $\zeta = x + j y$ ノ変域ハ二次元デアリマスが,
 $f(\zeta) = X(x, y, z, u) + j Y(x, y, z, u) + i j Z(x,$
 $y, z, u) + i U(x, y, z, u)$ ノ変域ハ一般ニハ $f(\zeta)$
 $= X(x, y, 0, 0) + j Y(x, y, 0, 0) + i j Z(x, y, 0, 0)$
 $+ i U(x, y, 0, 0)$ ノ示ス様ニ, 依然トシテ四次元ノデアリ
マス。例ヘバ

$$f(\zeta) = \log \zeta + i \zeta, \quad \zeta = \rho e^{j\theta},$$

$$\rho = (x^2 + \nu x y - \mu y^2)^{\frac{1}{2}} > 0$$

トシマス,

$$\begin{aligned} f(x+jy) &= \log p + j\theta + 2\pi nji + ix + ijy \\ &= \log p + j\theta + ij(2\pi n + y) + ix \end{aligned}$$

トナルが如クデアリマス。

ソレヲ, 今迄ノ人ハstepヲ下ゲテ ζ , 変域ニ

$$f(\zeta) = X(x, y, 0, 0) + jY(x, y, 0, 0).$$

$$Z(x, y, 0, 0) \equiv 0, \quad U(x, y, 0, 0) \equiv 0$$

ノ変域ニ二次元ノ場合ダケ考ヘタタメ = Cauchy's integral formula 等が出テ来ズ, 従ツテ全函数論ノ拡大統一 = 成功シタカッタノデアリマス。其ノタメニ, 今迄私ノ受ケタ discussionハ別ノ Categories 内ノコト = トリマシテ, 全然 non-senseデアリマシタ。

$$\text{前回述べマシタ } \oint \frac{d\zeta}{\zeta} = \oint d\theta = 2\pi i \quad (p = \text{const})$$

ノ証明ニ, 私ハハジメハ異ツタ angular domainsノ radiusvectors 内ノ對應ハ convention デアツテ, analysis トシテハ critical カト思ツタノデシタガ, ヨク考ヘテ見レバ, Fullteilerノ軌跡タル isotropes OA, OA' ガアレバ, j -Orthogonalinvolutionガ存在シテ radiusvectors OP, OP 内ノ對應ガツキ, $\angle(Ox, OP) + \angle(OP, Oy) = 0$ ガ必然ニ生レ, 之レヲ analysis 型ニカケバ, $G + (-G) = 0$ 型トトリ, $OP \rightarrow OA$ (従テ $OP \rightarrow OA$) = 際シテハ $\lim_{G \rightarrow \infty} (G + (-G)) = 0$ ガ利イテ, ソレニ analysis トシテ critical デタク, convention ハ毎ノ Laguerre 型ノ定義 (之レハ

普通ノ函数論ヲモ通例シテ居ルノヨリ外ニ何処ニモナイノデアリマス。即チ私ノ函数論ト普通ノ函数論トハ何カラ何迄同功同罪デアリマス。

N.B. (i) *bicomplex*, $\zeta = x + j'y + j'j'z + j\mu$ ノ函数論モ亦更ニ一段高イ *tricomplex*, $\zeta = x + j'y + j'z + j''\mu + jj'\nu + jj''w + j'j''t$ ノ場合ニ跳ビ上ツテ見下シタラヌ色々今迄見えカッタコトが見エルコトデセウ。両理論共共今手許デ美シク展ビツマアリマス。

(ii) 平面ノ *conformal geometry* ハ *Möbius* 即チ *bilinear transformations*, *step* ト *analytic functions* $f(z)$ ノ *step* トガアリマスガ, R_3 デハ *Möbius* シカアリマセン。然ルニ $\zeta = x + iy + i'z$, ($i^2 = -1$, $i'^2 = -1$) 或ハ更ニ一般ニ $\zeta = x + j'y + j'z$, ($j^2 = \mu + \nu j$, $j'^2 = \mu' + \nu'j'$) ヲ用ヒマス。例ヘバ、前者ノ場合ニハ円環ノ相貫ノ時ノ空間四次曲線ガ z -平面ノ *circle* ノ *Analagon* ニナツタ、*Möbius* 型モ *analytic* $f(\zeta)$ 型モ両方ノ *steps* ノアル面白イモノガ得ラレマシタ、イツレヌマトメマシテカラ発表シマス。

(iii) 通常ノ函数論ヲ *bicomplex* ノ見地カラ眺メテ見マス。 $\zeta = x + i\mu$, ($y=0, z=0$) 即チ ζ ノ *domain* ノ $x\mu$ -平面ニ局限シタ場合ヲ, $f(\zeta)$ ノ *domain* ハ原則トシテハ依然トシテ四次元デス。

$$f(\zeta) = X(x, 0, 0, \mu) + j'Y(x, 0, 0, \mu) + j'iZ$$

$$(x, 0, 0, u) + i \cup (x, 0, 0, u)$$

例へば

$$f(x+iu) = \log S, \quad (S = x+iu = r e^{i\theta})$$

$$= \log r + i\theta + 2\pi n i j, \quad (j^2 = +1)$$

ハ $X = \log r$, $U = 0$, $Z = 2\pi n$, $Y = 0$ たる場合デス。
 又、 j 、 j' 、 j'' 、 j''' トノ二価性ヲマメバ、 $f(S)$ ノ
 domain が二次元ニナルデス。

$$\text{又 } f(x+iu) = \sqrt{S^2} = jS = jx + i j' u$$

此ノコトハ Riemann 面ノ新表示ヲ暗示スルモノデハアリマス。

(iv) modulus ト absolute value トノ原則トシテ區別スルコトニナルデスガ、其ノ中 absolute value ト modulus トニ致スル $\sqrt{x^2 + y^2} < 0$ ノ場合デモ、absolute value ハ、「 x, y ノ過ギル isotropic ガ x 軸ヲ截ル点ガ x 軸カラ切リトル長さノ絶対値」ト云フコトハアデハマリ。実價ハ在来ノモノトニ致シマス。即チ

$$(X - x) + i(Y - y) = 0, \quad Y = 0$$

$$\text{カラ } X = x + i y, \quad |X| = |x + i y|$$