



Title	束群ニ関スルー注意
Author(s)	岩澤, 健吉
Citation	全国紙上数学談話会. 1942, 234, p. 912-914
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74960
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

1029. 束群 = 関スルー注意

岩澤 健吉 (東大)

コノ間、誌上談話會ニ出ツシタ中山サンノ束群ニ関スル談話⁽¹⁾ハ大変興味漲ク拜見シマシタ。ノ、オダ大々理論ノ理論ヲ用ヒテ *Birchhoff*ノ豫想ノアル場合ヲ解イテ居ラマスガ、イノ結果ダケヲ目標ニスルナラバ直接計算ニヨツテモ比較的簡單ニ出セルマウニ思ヒマスノデ以下ソレニ関シテ少シ述ベテ見マス。

然シ *Birchhoff*ノ豫想ヲ一般ニ解カウトスレバ矢張り *Lorenzen* 式ニ何カ linear. + モノニ依テ表現ヲ用ヒルノ一着得イノデセウ。

先必注意、束群 $\mathcal{G}$ ニ関シテ、 $\mathcal{G}$ ニ注意ヲ述ベマス。

補助定理 1. $\mathcal{G}$ ニ於テ $a \wedge b = 1$ スル $a^{-1}b = 1$ ナラバ a ト b トハ交換可能デアール。

$$\text{証明. } a^{-1}(a \wedge b)b^{-1} = b^{-1} \wedge a^{-1} = a^{-1}b^{-1}$$

$$b^{-1}(a \wedge b)a^{-1} = b^{-1} \wedge a^{-1} = b^{-1}a^{-1}$$

$$\text{ヨツテ } a^{-1}b^{-1} = b^{-1}a^{-1}$$

$$\text{即チ } ab = ba \quad (\text{証終})$$

補助定理 2. $\mathcal{G}$ ニ於テ $\mathcal{Z}$ ガ $\mathcal{G}$ ノ核心 (Zentrum)ニ属スルタメニ必要且十分ナル条件ハ $\mathcal{Z}$ ガ $\alpha \leq \alpha$ ナルスベテノ α ト交換可能ナルコトデアール。

(1) 全国紙上数学談話會 221号 談話 983 - 984.

証明 先づ $y \leq z$ とスレバ $z^{-1} \leq y^{-1}$

$$\therefore z \leq y^{-1} z^2$$

假定ニヨリ z と $y^{-1} z^2$ とハ交換可能デアルカラ z と y と交換可能トナル。次ニ a が任意ニ與ヘラレタトスレバ

$$z(a \wedge z) = (a \wedge z)z,$$

$$z(a \vee z) = (a \vee z)z.$$

$$\therefore za \wedge z^2 = a \wedge z^2, \quad za \vee z^2 = a \vee z^2$$

が distributive デアルコトヲ用ヒレバ、コレカラ $a \wedge z = za$. (終)

次ニ $\mathcal{O}$ は conditionally complete ト假定シマス。 $1 < a$ デ且ツ $1 \neq x \neq a$ ナル x が存在シタイ様ト要素 a フカリニ C -要素トニアコトニシマス。然ラバ

定理 1. $\mathcal{O}$ が conditionally complete 1 ラバ C -要素 a ハ $\mathcal{O}$ ノ核心ニ屬ス。

証明 補助定理 2 ニヨリ a が $a \leq x$ ナル任意ノ x ト交換可能ナルコトヲ証明スレバヨイ。

$a \leq y \leq x$ ナル y デ a ト交換可能ナモノノ全体ヲ $\mathcal{M}$ トシ $\mathcal{M}$ ノ l.u.b. ラ z トシマス。明カニ $za = a \wedge z$ ナル故 z ハ $\mathcal{M}$ ニ屬シ、從ツテ z ノ最大要素デアリマス。 $z' = z^{-1}x$ トオケバ $z' \geq 1$ デ a ハ C -要素ナル故 $a \wedge z' = 1$ ナルハ $a \wedge z' = a$.

後者ノ場合ニハ $a \leq z'$. 從ツテ $za \leq x$. za ハ a ト交換可能デ z ヨリ大トナリマスカラ之レハ不合理。

故 $\alpha \wedge \alpha' = 1$. 従って補助定理 1 にヨリ α と α' と
ハ交換可能. 故 α と α' とモ交換可能 (従って案ハ
 $\alpha' = 1$ デアッタ). (証終)

補助定理 3. $\mathcal{O}_f$ が weakly maximally complete + ラバ, $\mathcal{O}_f$ ハ $\mathcal{C}$ -要素 = ヨリ生成サレル.

証明. $\mathcal{C}$ -要素カラ生成サレタ $\mathcal{O}_f$ ノ部分群ヲ $\mathcal{O}_{f_1}$ ト
シラス.

$1 \leq x$ + ル x ノト $\vee$, $1 \leq y \leq x$ + ル y デ $\mathcal{O}_{f_1}$ = 属スル
モ 1 > 全体ヲ $\mathcal{M}_1$ トシ, 1 - ツノ極大要素ヲ y_0 トスル.
 y_0 = ルトセヨ. $y_0 < z \leq x$ + ル z ノ集合ヲ $\mathcal{M}_2$ トシ,
 $\mathcal{M}_2$ ノ極小要素 1 - ツヲ z_0 トスレバ $y_0^{-1} z_0$ ハ $\mathcal{C}$ -要素
トナリマス.

従って $z_0 \in \mathcal{O}_{f_1}$ = 属スルコトナリ. 之ハ不合理.
故 $y_0 = x$ デスハ $\mathcal{O}_{f_1}$ = 属スル. 一般ニ $w = (1 \vee w)(w^{-1}(1 \vee w))^{-1}$,
 $1 \vee w \geq 1$, $w^{-1}(1 \vee w) \geq 1$ + ル故任意ノ
 w ガ $\mathcal{O}_{f_1}$ = 属スル. 即チ $\mathcal{O}_{f_1} = \mathcal{O}_f$ (証終)

コノ補助定理ト定理 1 カラ直チニ目的ノ定理ガ得ラレ
マス.

定理 2. weakly maximally complete + 束群
ハ abel 群デアール.

(終)