



Title	Krull ノ 豫想ニツイテ, III
Author(s)	中山, 正
Citation	全国紙上数学談話会. 1942, 234, p. 960-965
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74963
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

1032. Krull / 予想ニツイテ, III

中山 正 (阪大)

I、II デ Krull / *vollständig ganz-abgeschlossen* + 整域 = 関スル 予想 = 対スル 反例ヲ / ベタ。
 コノ 予想ノ 反例ガ 出来タ 以上 大 体 期 待 セ ヲ ル コト デ ア ル ガ、
 同様ニシテ Krull / 他ノ ミウーツノ 問題 (トイフホド 大
 オト 索 テ ハ + イカ)ヲ 解決スル コトガ 出来ル。

即チ Zeitschr. 41 / 前ニミ引用シテ謝文デ「vollständig ganz-abgesch. + 整域テハ 恒常ノ 主イ
 デヤルガ höchst-dimensionale + Primärideale
 / Durchschnitt トシテ 表ハサレル」トイフ 様ナコト
 ガアルカモ知レ + イト述ベテアル (659頁 / 附註9)。

(コノ = *höchstdimensional* + *Primärideal*
 トハ *minimal* + 素イデヤルニ属スル *Primärideal*
 ノコトデアル。上記ノコトハ 例ヘバ 尤モ 簡單 + 場合ダイヘバ

超曲面ハ既約 + 超曲面 = リカルコト = 端ル (ソシテ勿論ソレハ正レイ)。

以下コノ問題モ否定的 = 解決サレルコトヲ述ベル。

I, II = 於ケルト同様 = 適当 + complete ぶ一る束 (タトヘバ $(0,1)$ ノ閉集合 mod. nowhere dense set ノナスぶ一る束) ノ表現空間ナル totally disconnected びこむばくヒ空間 Ω デ、ソノ任意ノ点 p = 對シテ $f(p) = \infty$ デアツテ ∞ = ナルノハ nowhere dense set = 於テノミナル整数 及ビ $\pm \infty$ フトル連續函数 f が存在スル如キモノヲ考ヘル。

II = オイテ Ω ノ各点 p = 変数 x_p フ型式的 = 對應サセ、多項式列 $\{F(p_1, \dots, p_s), P\}$ ナル概念ヲ導入シタ。 (コノ P = P ハ Ω = オケル第一種集合) ソノ全体ハ一ツノ *vollständig ganz-abgeschr.* + 整域 R フナレ、ソレガ Krull ノ豫想ノ反例 = ナツテナルデアッタ。

今 R ノ次ノ如キ一ツノ部分整域 R_0 フ考ヘル。即チ多項式列ノ中デ

(*) P = 属サヌ点 $p_1, \dots, p_s$ = 對シテ近傍 $U_1, \dots, U_s$ フ適當ニトレバソレバレ $U_1, \dots, U_s$ = 属シ P = 属サヌ $q_1, \dots, q_s$ = 對シテハ $F(q_1, \dots, q_s)$ ハ $F(p_1, \dots, p_s)$ カラ單 = 変数 x_{p_i} フ x_{q_i} トシタモノ = ナツテナル。

トイフ條件ヲミタシテナルモノノ全体ヲ R_0 トスル。 R_0 が

環ヲ，即チ R ノ部分整域ヲトスコトハ明カデアル。

而モ R_0 ノ二元 $\{F_1; P_1\}, \{F_2; P_2\}$ = オイテ前者
ガ R ノ中デ 両者デワレルヲラバ R_0 ノ中デモワレル。即チ
 $\{F_1; P_1\} = \{F_2; P_2\} \{F_3; P_3\}$ ($\{F_3; P_3\} \in R$) ナ
ラ端然 $\{F_3; P_3\} \in R_0$ デアル。コレモ容易ニ明カデア
ラウ。

コノ事カラ R_0 モ *vollständig ganz-abgeschr*
タルコトガワカル。

扱テ R_0 ノ一ツノ元 $\{F; P\}$ ヲ考ヘル。或ル $P \in \Omega - P$
ヲ考ヘル。 P ヲフクム $\{P, P_1, \dots, P_s\}$ ($P_1, P_2, \dots$
 $\dots, P_s \notin P$) = 對シテ多項式 $F(P, P_1, \dots, P_s)$ ヲワ
ル $\mathcal{O}_P$ ノ最高巾ヲ $f_P(P_1, \dots, P_s)$ デ表ハス。然ラバ $\{P,$
 $P_1, \dots, P_s\}$ ガ $\{P, P_1, \dots, P_t\}$ ノ一部分ヲラバ
 $f_P(P_1, \dots, P_s) \geq f_P(P_1, \dots, P_t)$ デアル。

故ニ或ル $\{P, P_1, \dots, P_s\}$ ガアツテソレヲフクム
 $\{P, P_1, \dots, P_t\}$ ($P_1, \dots, P_t \notin P$) = ツイテハ $f_P(P_1,$
 $\dots, P_t)$ ガスベテ一定ニナツテキル。今ソノ値ヲ f_P
デアラハス。コレニヨツテ $\Omega - P$ ノスベテノ点 P = 對シテ f_P
ナレ整数 (≥ 0) ガ映ヘラレル。

而シテ (*) ナレ條件カラ日月ヲカナル如ク f_P ハ $\Omega -$
 P デ連續デアル。ヨツテ $\Omega - P$ デハ $f(P) = f_P + \text{ル}$ Ω
全体ニ於ケル整數及ビ $+\infty$ 値連續函数 f デ $+\infty$
ニナルノハ nowhere dense set ノミナルモノガ存在
スル。

Ω デノ 整数及ビ $\pm\infty$ の値連續函数デ $\pm\infty$ ナル、ハ
 nowhere dense set ノミナルモ、ノ 全体ハーツノ
 complete ナ束群 $\mathcal{L}$ ヲナシ、以前ソレヲ考察シテ ソレ
 ハイカナル 實數値的數デデモ表現出来ナイコトヲ述ベタ
 ノデアッタ、即チ f ハコノ束群 $\mathcal{L}$ ノ元デアアル。即チ R_0 ノ元
 $\{F; P\} = \mathcal{L}$ ノ元 f ガ對應スル。

R_0 ノ二元 $\{F; P_1\}, \{G; P_2\}$ ニ對シテ上ノ如キ f_p, g_p
 g_p ヲ考ヘレバ $P_1 \cup P_2 =$ 属サヌ $p =$ 對シテハ 兩元ノ和ニ對
 スル同様ニ函数 h_p ハ $h_p \geq \min(f_p, g_p)$ デアルカラ
 兩元ノ和ニ對應スル $\mathcal{L}$ ノ元 h ハ $h \geq f \wedge g$ ヲミタス。
 同様ニシテ 兩元ノ積ニ對應スル $\mathcal{L}$ ノ元 h ハ $h = f + g$
 ナルヲ知ル。

サテ、 Ω ノ一氣ヲ考ヘル。上ノ考察ニヨリ $f(p)$
 $= +\infty$ トナル R_0 ノ元 $\{F; P\}$ ノ 全体ハ (空デナイ) い
 ぜや Ω_p ヲナス。而モ素いでや Ω ナルコトモ上記ヨリ明カ
 デアル。

今整域 R_0 ノ任意ノ一ツノ *minimales Prime-ideal* $\mathcal{P}$ ヲ考ヘル。二ツノ場合ヲ考ヘル。 1) アル
 $p \in \Omega =$ 對シテ $\Omega_p \subseteq \mathcal{P}$ (實ハ $I =$ オイテ述ベタ注意
 ト同様ニ實ハコノ場合ハオコラナイ) 2) イカナル $p \in \Omega$
 $=$ 對シテモ $\Omega_p \not\subseteq \mathcal{P}$ 。

先ヅ 1) ノ場合ニハ $\mathcal{P}$ ハ *minimal* ナカラ
 $\Omega_p = \mathcal{P}$ 。

2) ノ場合。イカナル $p =$ 對シテモ、 Ω_p ノ元

$\{F^{(j)}; P^{(j)}\}$ デ $\mathcal{P}$ = 属サヌモ, ガアル. ソレニ對應スル $f^{(j)} \in \mathcal{L}$ ハ $f^{(j)}(j) = +\infty$ ナリタス. j 適當ニ近傍 U_j ナトレバ $f^{(j)}(q) \geq 1$ ($q \in U_j$) ナル. コノ様ナ U_j 有限個 $U_{j_1}, \dots, U_{j_n}$ デ Ω ナホフ.

$$\{F: P\} = \{F^{(j_1)}; P^{(j_1)}\} \dots \{F^{(j_n)}; P^{(j_n)}\}$$

トスレバ $\mathcal{P}$ ハ素いでヤモタカラ, コノ元ハ $\mathcal{P}$ デアル. ソレニ對應スル $\mathcal{L}$ ノ元 f ハ $f = f^{(j_1)} + \dots + f^{(j_n)}$ デアリ、從ツテ Ω ノスベテノ点デ ≥ 1 デアル.

今 $\{X; \emptyset\}$ ナレバ $j_1, \dots, j_s \in \Omega$ ニ對シテ $X(j_1, \dots, j_s) = x_{j_1}, \dots, x_{j_s}$ ナル多項式列 ($\in R_0$) ナル. コレニ對應スル $\mathcal{L}$ ノ元ハ $\mathbb{I}(\mathbb{I}(j) - 1) = \text{他ナラス}$.

上記1)ノ場合勿論 $\{X; \emptyset\}$ $\mathcal{P}$ デアル. 2)ノ場合ニモ Ω ノ第一種集合 P ナ除イテ $j_1, \dots, j_s$ ニ對シテ $F(j_1, \dots, j_s)$ ガ $x_{j_1}, \dots, x_{j_s}$ デワレル. 故ニ $\{F; P\}$ ハ R_0 ノ中デ $\{X; \emptyset\}$ デワレル. 故ニ $\{X; \emptyset\}$ $\mathcal{P}$ デアル.

$\mathcal{P}$ ハイカナル minimales Primideal デモヨイ. 故ニ $\{X; \emptyset\}$ ハイカナル minimales Primideal ニモナラレタリ.

故ニ勿論イカナル höchst dimensionales Primärideal ニモナラレタリ. シカシ勿論主いでヤモ $\{X; \emptyset\}$ ハ unit ideal ナリ. コレデ始メ

=述べたコトノ反例が出来た。
