OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Kantorovitch ノ ｋ2空間ト「エルゴード」定理
Author(s)	小笠原, 藤次郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1942, 234, p. 986-989
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74966
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

1035. Kantorovitch ノ l_2 空間ト「エルゴード」定理

小笠原藤次郎（広島文理大）

普通ノ L 空間（Lebesgue 可積分函ノ作ル）デ (0)－有界集合ハ weakly compact デアル。コレガ「エルゴード」論ノアル種ノ定理ニ応用サレルコトハ吉田角谷氏ノ業績ト共ニ周知ノコトデアル。茲ガハ Kantorovitch ノ l_2 空間（角谷氏ノ意味デノ抽象 L 空間モ結局 l_2 空間ニ ナルコトニ注意）デ (0)－有界集合ハ weakly compact デアルコト従ッテ上記ノ如キ「エルゴード」定理ハ l_2 空間ニ於テモ成立スルコトヲ証明スル。

定理 1. l_2 空間ノ任意ノ (0)－有界集合ハ weakly compact デアル。

(証) X ヲ l_2 空間 $|x_n| \leqq c$, $n=1,2,\cdots\cdots$ ノトキ $\{x_n\}$ ノ弱収斂部分列ノ存在証明ガ目的。コノタメニ X ハ最初カラ次ノ仮定ヲ満足スルモノトシテヨイ。(1) X ハ e ノ単位トスル可分 l_2 空間デアル。(2) $\|f\|=1$, $f \in \overline{X}$ 且ツ $f(|x|)=0$ ノトキ $x=0$ トナル正微性汎函数ガ存在スル。

(1) ハ容易ニ分ルト思フ。(2) ハ (1) カラ濃度ニ ノ total set ノ存在ヨリ。

e ヲ恒等的ニ 1 トラシメル様ニ表現 Boole 空間 Ω ノ連続函数ニ X ノ要素ヲ表現スル。又一般ニモノヲ $x(t)$

ヂ表ハス。

コノトキ $f(x)=\int_{\Omega} x_{(y^*)}\,d\mu$ トナル様 f ニヨッテ Ω ノ可測集合（Borel 集合ト第一種集合ノミ等ルモノ）ニ完全加法的測度 $\mu(E)$ ヲ導入スルコトガ出来ル。$\mu(\sigma)=0$ トナル E ガ第一種集合トハ對等ナルコトニ注意スル。測度函數 μ ニ関スル可積分函數ヨリナル L 空間ヲ考ヘル。並ビニ $x_n(y^*)$ ハ (0) ー有界微ッテ部分列 $\{x_{n'}(y^*)\}$ ガ存在シテ Ω ノ連続函數 $x_{(y^*)}$ ニ強收斂スル。

y ヲ $\overline{X}$ ノ任意ノ正要素トシテ y ニ對應スル測度ヲ $m(E)$ トスル。m ガ μ ニ関シテ Lipschitz ノ條件ヲ滿足スルトキハ $\int_{\Omega} x_{n'(y^*)}\,dm=g(x_{n'})$ ハ $\int_{\Omega} x_{(y^*)}\,dm=g(x)$ ニ收斂スルコトハ L ニ於ケル弱收斂ノ定義カラ明瞭。一般ノ場合ニツイテ考ヘル。m ハ μ ニ對シテ全連続デアルカラ任意ノ正數 $\varepsilon>0$ ニ對シ m ヲ二ツノ部分 m_1, m_2 ヲ分リ m_1 ハ μ ニ関シテ Lipschitz 條件ヲ滿足スル測度函數，m_2 ハ全測度ガ ε ヨリ小ナ測度函數ニスルコトガ出来ル。$|x_{(y^*)}|\leqq 1$ ナルコトニ注意シテ

$$|g(x_{n'})-g(x)|=\left|\int_{\Omega}\{x_{n'(y^*)}-x_{(y^*)}\}\,d(m_1+m_2)\right|$$

$$<\left|\int_{\Omega}\{x_{n'(y^*)}-x_{(y^*)}\}\,dm_1\right|+2\varepsilon$$

コレヨリ $n'\to\infty$ トキ $\overline{\lim}\,|g(x_{n'})-g(x)|\leqq 2\varepsilon$,

ニハ任意デアルカラ $g(x_{n'}) \longrightarrow g(x)$.

故ニ証明セラレタ。

定理2. T ヲ L_2 空間 X ヲ自分自身ノ内ヘ移ス線型作用素且ツ $\|T^n\| \leqq C$ $n=1,2,\cdots\cdots$ ナル常数 C ガ存在スル。今アル要素 x ニツイテ常ニ $|T^n x| \leqq e$ ガ成立スル正要素 e ガ存在スルトキ，コノ x ニツイテ

$$\frac{Tx + T^2x + \cdots\cdots + T^n x}{n}$$

ハ X ノ一要素ニ $n \to \infty$ ノトキ強収斂スル。

(証) 前定理ト吉田氏ノ mean ergodic theorem カラ

定理3. T ヲ L_2 空間 X ヲ自分自身ニ移ス線型作用素且ツ各ノ $x \in X$ ニツイテ $\{T^n x\}$ ガ(O)-有界ノトキ

$$\frac{Tx + T^2x + \cdots\cdots + T^n x}{n}$$

ハ(O)-収斂ヲナス。

(証) 吉田氏，日本数学輯報 1 (1940) 31-36. 日本学士院紀事 16 (1940) 355-358 参照コレト定理ノカラ容易ニ分ル。

吉田氏ノ上記ノ論文ノ他ノ諸定理ヒ L_2 空間ノ定理トシテ云ヒ表ハスコトガ必ズルガコレハ単ニ吉田氏ノ論文ノ解説ニナルカラ止ソル・コレニ関スル注意ニツイテハ紙上数学談話会 "regular vector lattice" ヲ参照サレタイ。

定理1ノ証明中カラ見ラレルヤウニ L_2 空間ハ L 空間ノ部分空間ト見ナサレル。コノ見地カラ作用素論特ニ積分論ニ関係シタモノヲ調ベタイト思ッテオル。L_2 空間ヲモット精密ニ調ベテ分類スル必要ガアルト思フガ今ノ処コノ方面ニハ殆ンド手ヲツケテイナイ。