



Title	Kantorovitch ノ k^2 空間ト「エルゴード」定理
Author(s)	小笠原, 藤次郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1942, 234, p. 986-989
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74966
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

1035. Kantorovitch, k_2 空間ト

「エルゴード」定理

小笠原 藩 次 郎 (元島文理科)

普通, L 空間 (Lebesgue 可積分函数ノ作ル) デ
(0) - 有界集合ハ weakly compact デアル。コレガ
「エルゴード」論ノアル種ノ定理 - 應用サレルコトハ吉田
角谷氏ノ業績ト共ニ周知ノコトデアル。茲デハ Kantorovitch
ノ k_2 空間 (角谷氏ノ意味デノ抽象 L 空間ニ結局
 k_2 空間 = ナルコトニ注意) デ (0) - 有界集合ハ weakly
compact デアルコト從ツテ上記ノ如キ「エルゴード」定
理ハ k_2 空間ニ於テモ成立スルコトヲ証明スル。

定理 1. k_2 空間ノ任意ノ (0) - 有界集合ハ weakly
compact デアル。

(証) X ヲ k_2 空間 $|x_n| \leq c, n=1, 2, \dots$ ノトキ
 $\{x_n\}$ ノ弱收斂部分列ノ存在証明ガ目的。コノ X = X
ハ最初カラ決メテ假定ヲ満足スルモノトシテヨイ。(1) X ハ
 e ノ単位トスル可分 k_2 空間デアル。(2) $\|f\|=1, f \in X$
且ツ $f(x)=0$ ノトキ $x=0$ トナル正線型汎函数ガ存在
スル。

(1) ハ容易ニ分ルト思フ。(2) ハ (1) カラ濃度 ≤ 1 ノ
total set ノ存在ヨリ。

e ノ恒等的ニ 1 ナラシナル極ニ表現 Boole 空間 Ω
ノ連続函数 = X ノ要素ヲ表現スル。 x - 値ナル e ノラ $x(f^*)$

ヲ表ス。

$$\text{コノトキ } f(x) = \int_{\mathcal{B}} x_{(f^*)} d\mu \text{ トナル様 } f = \text{ヨウテ } \int_{\mathcal{B}}$$

ノ可測集合 (Borel 集合ト第一種集合) ミ與ルモ、)

= 完全加法的測度 $\mu(E)$ ノ導入スルコトが出来る。 $\mu(\sigma)$

= 0 ト E が第一種集合トハ對等ナルコト = 注意スル。測度

函数 μ = 用スル可積分函数ヨリナル L 空間ヲ考ヘル。茲ニ

$x_{n'}(f^*)$ ハ (0) - 有界値ツテ部分列 $\{x_{n'}(f^*)\}$ が存在シテ

$\mathcal{B}$ ノ連続函数 $x(f^*)$ = 強收斂スル。

$g \in X$ ノ任意ノ正要素トシテ g = 對應スル測度ヲ $\mu(E)$

トスル。 m 及 μ = 同シテ Lipschitz ノ條件ヲ満足スル

$$\text{トキハ } \int_{\mathcal{B}} x_{n'}(f^*) d\mu = g(x_{n'}) \text{ ハ } \int_{\mathcal{B}} x(f^*) d\mu = g(x)$$

= 收斂スルコトハ L = 於ケル弱收斂ノ定義カラ明瞭。一般ノ

場合ニツイテ考ヘル。 m ハ μ = 對シテ全連続デアアルカラ

任意ノ正数 $\varepsilon > 0$ = 對シ m ノ二ツノ部分 m_1, m_2 ノ分

リ m_1 ハ μ = 用シテ Lipschitz 條件ヲ満足スル測度函

数、 m_2 ハ全測度が ε ヨリ小ナ測度函数ニスルコトが出来る。

$|x(f^*)| \leq 1$ ナルコト = 注意シテ

$$|g(x_{n'}) - g(x)| = \left| \int_{\mathcal{B}} \{x_{n'}(f^*) - x(f^*)\} d(m_1 + m_2) \right|$$

$$< \left| \int_{\mathcal{B}} \{x_{n'}(f^*) - x(f^*)\} d m_1 \right| + 2\varepsilon$$

$$\text{コレヨリ } n' \rightarrow \infty \text{ ノトキ } \overline{\lim} |g(x_{n'}) - g(x)| \leq 2\varepsilon,$$

ε 任意ナルカテ $g(x_n) \rightarrow g(x)$.

故ニ証明セラレタ。

定理2. T テ $\sqrt{K_2}$ 空間 X 上 自分自身ノ内ヘ移ス線型作用素且ツ $\|T^n\| \leq C \quad n=1, 2, \dots$ ナル常数 C が存在スル。今アル要素 $x = \sum \alpha_k e_k = \sum |T^n x| \leq C$ が成立スル正要素 e が存在スルトキ, コノ $x = \sum \alpha_k e_k$

$$\frac{Tx + T^2x + \dots + T^nx}{n}$$

ハ X ノ一要素ニ $n \rightarrow \infty$ ノトキ強収斂スル。

(証) 前定理ト吉田氏ノ mean ergodic theorem カラ

定理3. T テ $\sqrt{K_2}$ 空間 X 上 自分自身ニ移ス線型作用素且ツ各 $x \in X = \sum \alpha_k e_k$ $\{T^n x\}$ が (0) - 有界ノトキ

$$\frac{Tx + T^2x + \dots + T^nx}{n}$$

ハ (0) - 収斂ヲナス。

(証) 吉田氏. 日本數學報 17 (1940) 31-36. 日本學士院記事 16 (1940) 250-284 参照シテ証明ノカラ容易ニナル。

吉田氏ノ上記ノ論文ノ他ノ諸定理モ $\sqrt{K_2}$ 空間ノ定理トシテ云ヒ表ハスコトガ出来ルガコレハ單ニ吉田氏ノ論文ノ翻訳ニテ止マル。コレニ關スル注意ニツイテハ紙上數學談話會 "regular vector lattice" ノ條参照サレタ。

定理1ノ証明中カラ見ラレルヤリ = $\sqrt{k_2}$ 空間ハ L 空間ノ
 部分空間ト見ナサレル。コノ見地カラ作用素論特ニ積分論
 ニ関係シタモノヲ調ベタイト思ッテキル。 $\sqrt{k_2}$ 空間ヲモット
 精密ニ調ベテ分類スル必要ガアルト思フガ今ノ処コノ方面
 ニハ殆ンド手ヲツケテイナイ。