



Title	Vector lattice ニ於ケル「エルゴード」定理
Author(s)	小笠原, 藤次郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1942, 234, p. 996-999
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74969
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

Vector lattice = 於ケル

「エルゴード」定理

小笠原 藤次郎 (高島文理大)

Bochner 条件 (紙数誌 "regular vector lattice = ヴィラ" 参照。L, (1) 空間等ハ此ヲ満足スル) ヲ満足スル vector lattice 及び $\sqrt{2}$ 空間ヲ簡單ナル「エルゴード」定理ヲ述ベタイ。考ヘ方ハ吉田氏, Riesz = 例 1。

§1. 定理1. X ヲ Bochner 条件ヲ満足スル vector lattice, T ヲ X ヲ自身ニ変換スル (1)-連続線型汎函数且任意ノ $x \in X$ = 対シ $\{T^n x\}$ ($n = 1, 2, \dots$) ハ (0)-有界トスルトキ

$$(0) - \lim_n \frac{Tx + Tx^2 + \dots + T^n x}{n}$$

が存在スル。

(証) Bochner 条件 = 表ハ: ∞ 正線型汎函数列 $\{f_n\}$

$$\exists \rho(x) = \sum_n \frac{1}{2^n} \frac{f_n(|x|)}{1 + f_n(|x|)} \quad \text{ト置クトキニ於テ } \rho \text{ ノ距}$$

離トシテ $\rho(x - y)$ ヲトルトキ X ハ (F) 型空間トシテ吉田氏ノ論法 (學士院記事, 1940 ..., Magyar-Országos Tudományos Akadémia Math. 4 (1933) 参照) = 依ツテ

$$(0) - \overline{\lim}_n \frac{Tx + Tx^2 + \dots + T^n x}{n} = (0) - \lim_n \frac{Tx + Tx^2 + \dots + T^n x}{n}$$

ハ $\sigma / (t)$ - 連続函数デアル。コノ式ヲ $\widetilde{T}_x$ ト書クコト
 トスル。明 $= \widetilde{T}(x+y) \leq \widetilde{T}x + \widetilde{T}y$. $\widetilde{T}x = \widetilde{T}(-x) \geq 0$
 カ成立スル。

次 $= \{T^n x\}$ / (i) - 有限性 / 假定カラ $|T^n x| \leq e$
 トシエテ生成要素トスル主イデアール $\mathcal{O}(e)$ ヲ考ヘコレヲ e
 カ恒等的 $= 1$ トナルヤウ表現 Boole 空間 $\mathcal{B}$ / 連続函数
 ニ依ッテ表現スル $x \in \mathcal{O}(e) =$ 對應スル連続函数ヲ $x(p^*)$
 デ表ス。

$$x_n = \frac{T^n x + \dots + T^n x}{n}$$

トオクトキ, 假定ヨリ $|x_n(p^*)| \leq 1$. $\mathcal{B}$, Borel 集合
 $=$ 測度ヲ導入シ第一種集合即チ測度零ノ集合ナラシメ
 トカ出来ル。

コノタメ $=$ 正数列 $d_n > 0$ ヲ $\sum d_n f_n(e)$ カ収斂スル
 様ニトリ $f_n =$ 依ッテ $\mathcal{B} =$ 導入サレル測度函数 $\mu_n(E)$
 (第一種集合ヲ法トシテ E ト等シイ basic open set
 $\mathcal{O}_\alpha$ / 特性函数ヲ $e_\alpha(p^*)$ トスルトキ $\mu_n(E) = f_n(e_\alpha)$ ト
 置ク) ヨリ $\mu(E) = \sum d_n \mu_n(E)$ ヲ作レバヨイ。 $\mu(E)$
 ヲ測度トスル L 空間ヲ考ヘルトキ $\{x_n(p^*)\}$ ハ $L =$ 於テ
 weakly compact 従ッテ部分列 $\{x_{n_k}\}$ ヲトリ L デ
 弱収斂セシメルコトが出来ル。コノ極限要素ヲ $\bar{x}$ トスル。
 Riesz / 論法カラ (Acta Szeged 10 (1941))

$$y_{n'} = \sum_{r=n'}^{m'} c_{n'r} x_r, \quad c_{n'r} \geq 0 \quad \sum_r c_{n'r} = 1 \quad \text{ヲトリ } y_{n'}$$

が L で $\bar{x} = (0)$ -収斂. 従って X で (0) -収斂サレルコトが出来ル. 任意 (0) -連続線型汎函数 $f =$ 對シ $f(Tx)$ $\in (0)$ -連続線型汎函数トナルコト = 注意シテ f 正トスルトキ

$$\begin{aligned} |f(Ty_{n'}) - f(y_{n'})| &\leq \sum c_{n'} r f\left(\left|\frac{T - T^{r+1}}{r} x\right|\right) \\ &\leq \frac{2}{n'} f(e) \end{aligned}$$

コレヨリ $f(T\bar{x}) = f(\bar{x})$ 即チ $T\bar{x} = \bar{x}$ 従って $\widetilde{T}\bar{x} = 0$. 今 $y_{n'} = T^{k_{n'}}x$ / 頂テ表シテ

$$y_{n'} = \sum_1^{m'} c'_k T^{k_{n'}} x, \quad c'_k \geq 0, \quad \sum c'_k = 1$$

$$\text{トオキ } x - \bar{x} = x - \sum c'_k T^{k_{n'}} x + \bar{x}_{n'}$$

トスレバ

$$\bar{x}_{n'} \rightarrow 0 \quad (0)$$

此レ等 / 関係式カラ

$$\widetilde{T}x = \widetilde{T}(x - \bar{x}) \leq \sum c'_k \widetilde{T}(x - T^{k_{n'}}x) + \widetilde{T}\bar{x}_{n'}$$

然ルニ $\widetilde{T}(x - T^{k_{n'}}x) = 0$ トハ容易ニ分ル. 又 $n' \rightarrow +\infty$ / トキ $\widetilde{T}\bar{x}_{n'} \rightarrow 0 \quad (0)$ コレヨリ $\widetilde{T}x = 0$ ガ成立スル.

従って $x_n \rightarrow \bar{x} \quad (0)$ トルコトガ証明サレタコトニナル.

§2. $X = X$ 又 h_2 空間トシ要素列 $\{x_n\}$ / *presque borné* (Riesz 上掲論文) / 定義ヲ次 / 如ク定メル.

定義. 要素列 $\{x_n\} =$ 對シ正要素 e ガ存在シ任意 /

正数 ε = 對シ 正数 δ が定マリスベテ n ニツイテ

$$\|x_n - (x_n \wedge \delta e) \vee (-\delta e)\| < \varepsilon$$

が成立スルトキ $\{x_n\}$ ハ殆ド有界ナリト云フ。

定理, X ℓ_2 空間, T X 上 自身 = 変換スル (t)-
連続線型作用要トスル. $\|T^n\|$ 有界ノトキヤル x = ツイテ
 $\{T^n x\}$ が殆ンド有界ノトキ $n \rightarrow \infty$ ノトキ次ノ式ハ強收
歟スル。

$$\frac{Tx + T^2x + \cdots + T^nx}{n}$$

(証) $\left\{ \frac{Tx + T^2x + \cdots + T^nx}{n} \right\}$ が weakly compact

ナルコトが証明出来ルカラ。