



Title	單葉係數二就イテ
Author(s)	春木, 博
Citation	全国紙上数学談話会. 1942, 234, p. 999-1001
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74970
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

1038. 單葉係數 = 就イテ

春 本 博

$f(z) = z + a_2 z^2 + a_3 z^3 + \dots$ ヲ $|z| < 1$ デ正則單葉トスルトキ $|a_2| \leq 2, |a_3| \leq 3$ ナルコトガヨク知ラレテ
 アル。今逆ニ $|a_2| = 2$ トスレバ $f(z) = \frac{z}{(1 - e^{i\theta} z)^2}$ (θ

ノ實數) ナルコトガ容易ニ証サレルガ $|a_3| = 3$ ナラバ如何?

果シテ $f(z) = \frac{z}{(1 - e^{i\theta} z)^2}$ トナルカ? z ハイキタムツカシ

イ問題デアルガ、モシモ成立スルナラバ $|a_2| = 2$ トナルベキデアル。

コゝデハ $|a_2|$ ガドノ程度ノ制度ヲ受ケルカニツイテ述ベヨウ。方法ハ例ノ *Bieberbach* ノ面積定理ヲ用フル方法デアル。

(定理) $f(z) = z + a_2 z^2 + a_3 z^3 + \dots$ が $|z| < 1$ ガ正則単葉トスルトキ、モシモ $|a_3| = 3$ ナラバ

$$\sqrt{\frac{92}{27}} \leq |a_2| \leq 2 \text{ デアル。}$$

$$\begin{aligned} (\text{証明}) \quad F(z) &= \sqrt{f(z^2)} = z + \frac{1}{2} a_2 z^3 \\ &\quad + \frac{1}{8} (4a_3 - a_2^2) z^5 + \dots \end{aligned}$$

トオケバ $F(z)$ ハ $|z| < 1$ デ正則単葉トナル。

$$\text{次ニ} \quad \phi(z) = \frac{1}{F(\frac{1}{z})} = z - \frac{1}{2} \frac{a_2}{z} + \frac{3a_2^2 - 4a_3}{8} \frac{1}{z^3} + \dots$$

トオケバ $\phi(z)$ ハ $|z| > 1$ デ正則単葉トナル故 *Bieberbach* ノ面積定理ニヨリ

$$\frac{1}{4} |a_2|^2 + \frac{3}{64} |3a_2^2 - 4a_3|^2 \leq 1$$

$$\therefore \frac{1}{4} |a_2|^2 + \frac{3}{64} (3|a_2|^2 - 4|a_3|)^2 \leq 1$$

之レハ $|a_3| = 3$ ナラバ代入スレバ

$$\frac{1}{4} |a_2|^2 + \frac{3}{64} (3|a_2|^2 - 12)^2 \leq 1$$

コノ不等式ヲ 解ケバ

$$\sqrt{\frac{92}{27}} \leq |a_2| \leq 2$$

———— (完) ————