



|              |                                                                             |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| Title        | 河田氏ノ談話1052へノ一注意                                                             |
| Author(s)    | 中村, 正弘                                                                      |
| Citation     | 全国紙上数学談話会. 1942, 241, p. 1285-1287                                          |
| Version Type | VoR                                                                         |
| URL          | <a href="https://doi.org/10.18910/74999">https://doi.org/10.18910/74999</a> |
| rights       |                                                                             |
| Note         |                                                                             |

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

# 1067. 河田氏, / 談話1052へ / 一注意

中 村 正 弘 (東北大)

最近河田氏ハ *Weil* / *Mass* = 関スル研究ヲ発表サレ  
マシタガ [1], コノ中ノ §5 = 関シテ *Birkhoff-Alaoglu*  
[2] / 一般エルゴード定理トノ 関係ニツイテ一ツノ 注意ヲ述  
ベタイト思ヒマス。

1. 河田, *Weil* / *Mass* / アル *Abel* 群, 本誌第238  
号, 1093—1120
2. *Birkhoff-Alaoglu*, *General Ergodic  
Theorems*, *Amer. of Math.*, 41 (1940),  
293—309.

§1. Alaoglu - Birkhoff の可換群  $G$  が エルゴード的 デアルトハ,  $G$  上 = 測度列  $\{\mu_n\}$  が

$$[1.1] \quad 1^\circ \quad \mu_n(G) = 1$$

2. 任意 = 與ヘラレタ  $g \in G$  及  $\varepsilon > 0 =$  對シ,

$N$  が存在シテ  $n > N$  トラバ

$$|\mu_n(\nabla + g) - \mu_n(\nabla)| < \varepsilon,$$

ヲ満足セラルト定義シマシタ. 一方河田氏ハ條件 (1.1) トシテ,

[1.2]  $E_i \subseteq E_{i+1}, \mu(E_n) < +\infty$  が存在シテ,  $\mu$  任意 = 與ヘラレタ  $g \in G =$  對シ,

$$|\mu(E_n \cup (E_n + g))| < \varepsilon \mu(E_n) \quad \text{for } n > N$$

ヲ述べラレタキマス. コノアハ最初 = 河田氏ノ條件 [1.2]

ヲ満足可換群ハエルゴード群デアルコトヲ証明シタイト思ヒマス. ソノ結果河田氏ノ定理 14, 15 ハ [2] ノエルゴード定理ノ系トシテ出テ来マス.

ソノタメ = ハ  $\mu$  - 可測ナ  $\nabla \subseteq G =$  對シテ

$$(1.3) \quad \mu_n(\nabla) = \mu(E_n \cap \nabla) / \mu(E_n)$$

ヲ定義シマス. 明 =  $\mu_n(G) = 1$  ハ成立シマス. [1.1] ノ條件  $2^\circ$  ハ [1.2] カラ,

$$\begin{aligned} |\mu_n(\nabla + g) - \mu_n(\nabla)| &= |\mu(\nabla + g \cap E_n) - \mu(\nabla \cap E_n)| / \mu(E_n) \\ &= |\mu(\nabla \cap E_n + g) - \mu(\nabla \cap E_n)| / \mu(E_n) < \varepsilon \end{aligned}$$

從ツテ [1.1] ハ [1.2] ヲ満足可換群  $G =$  對シテ成立チマス.

以上ノ証明カラ見テモ明ナ様ニ, [1.2] が右及ビ左ノ積ノ和 = 對シテ成立テバ, 非可換群ノ場合ニモ成立チマス.

§2. 次 = Pontrjagin-von Karapen / struktur-  
satz を使へば locally bicompact group がエルゴード  
的デアルコトを証明出来マス。何故カト言ヒマスト struktur-  
satz カラ (勿論可換群デスカ)

$$G = B + \nabla^r$$

ト  $r$  次元ベクトル空間トビコンパクト群ノ直和ニナリ, [2]  
ノ § 15 = アル様ニソノイバレモエルゴード的デスカラ, ソ  
ノ直和モ亦エルゴード的トナリマス, 従ッテ  $G$  が局所ビコン  
パクト可換群,  $E$  が可分  $B$  空間デ,  $x T_g$  が  $G$  ラパラメーター  
スル 換群デ弱可測, 更ニ  $\{x T_g\}$  が弱コンパクトナラバ,  
 $X$  ハエルゴード的デアルトイフコトヲ証明出来マス。[2:  
定理 9], 特ニ河田氏ノ場合  $L_2$  ハ弱局所コンパクトデ,  
 $|T_g| = 1$  デスカラ, [2]ノ定理カラ,

$$S_n = \frac{1}{\mu(E_n)} \int_G x T_g d\mu_n$$

ハ固定点  $\alpha$  - 強収斂シマス。