



Title	有限群ノ induced representation ニツイテ
Author(s)	大島, 勝
Citation	全国紙上数学談話会. 1942, 241, p. 1288-1292
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75000
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

1068. 有限群 / induced representation

ニツイテ

大 島 勝 (高知高校)

§1. induced character, 積

定理1. 有限群 G / 正規表現 χ R トスル. $\forall \chi \in G$ / 任意 / 表現 トスル トキ

$$\chi \times R \sim \begin{pmatrix} R & & 0 \\ & R & \\ 0 & & R \end{pmatrix}$$

コトニ右辺ニハ R ハ丁度 χ / 次数ガケ現ハレル。

本定理ハ筆者ガ昨年証明シタモノデアルガ (學士院記事参照) 最近此ノ定理ヲ拡張スルコトガ出来タノデ、ソレニ關係シタコトヲ若干述ベル。

H χ G / 部分群トシ G/H / 位数ヲ夫々 g, h トスル. $m = g/h$

$$(1) \chi = \chi_1 G_1 + \chi_2 G_2 + \dots + \chi_m G_m, \quad G_1 = E$$

χ_1 / 表現 D コリ induce シタ G/H / 表現 D^* ガ表ハス. χ $\forall \chi \in G$ / 表現 トスル トキ $H \subset H_1 + \dots + H_m = \chi$ $H \rightarrow \chi(H)$ トスレバ $\chi(H)$ / 全体ハ χ_1 / 表現ヲトス. コレヲ $\chi_1(D)$ ガ表ハスコトニスル。

$$\text{定理2. } \chi \times D^* \sim (\chi_1(D) \times D)^*$$

(証明) 定理1ノ証明ト全然同様ニシテ出来ル. 即チ

$$M_k = \begin{pmatrix} \nabla(G_k) & & 0 \\ & \nabla(G_k) & \\ & & \ddots \\ 0 & & & \nabla(G_k) \end{pmatrix}$$

(但し $\nabla(G_k)$ / 個数 $\times D$ / 次数が与えられる) ト
スルトキ

$$P = \begin{pmatrix} M_1 & & 0 \\ & M_2 & \\ & & \ddots \\ 0 & & & M_m \end{pmatrix}$$

ト置けば Q / 元 $G = \nabla(G)$ デ

$$P^{-1}(\nabla(G) \times D^*(G))P = W^*(G)$$

トナレルコトが余ル. コレ $= W$ ハ h_g / 表現 $\nabla(h_g) \times D$ ヲ表
ハス. 但しコレトキ次ノ Lemma が入用デアル.

Lemma. A, B ツニヤ / matrix トシ B / 次数ヲ
ナトスレバ

$$(P^{-1}AP) \times B = Q^{-1}(A \times B)Q$$

コレ $= Q$ ハ

$$Q = \begin{pmatrix} P & & 0 \\ & P & \\ & & \ddots \\ 0 & & & P \end{pmatrix}$$

ナル行列デ, P / 個数 $\times$ 度数 $\times$ 個.

[注意1] $h_g = E$ ナレルコトが定理 / デアル.

個數 = 等しい。

(証明) $X = (\chi_k^{(i)})$ とル Δ 行 Δ 列 / matrix を考へれば定理 4 より

$$X'X = (mg/g_k \delta_{k\lambda}^*) = T$$

こゝ = T の Δ 次 / matrix 故に $|T| \neq 0$ 従つて X / 階數 Δ となる。

(注意) 本定理の既 = 中山氏 / 証明 并レタモ / デアル。

(Ann. of Math. 39, p. 366 参照)

以下 h_f が g / 不変部分群 となることを考へル。 g_f = 閉シテ互 = 相似 となる表現の class = 纏へれば, class / 個數 Δ だけ Δ 個 である。 従つて 互 = 相似 となる h_f / 既約表現 $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_\Delta$ として, Δ_k 相似表現 / 個數 γ_k となる。 定理 4 = より

$$(3) \quad g_\mu \sum_{k=1}^{\Delta} \gamma_k \chi_\mu^{(k)} \chi_\nu^{(k)} = mg \delta_{\mu\nu}^*$$

従つて

$$(4) \quad \sum_{\mu=1}^{\Delta} g_\mu \gamma_\lambda \chi_\mu^{(k)} \chi_\mu^{(\lambda)} = mg \delta_{k\lambda}$$

又ハ

$$(4') \quad \sum_{H \in h_f} \gamma_\lambda \chi^{(k)}(H) \chi^{(\lambda)}(H^{-1}) = mg \delta_{k\lambda}$$

定理 6. $\chi^{(\lambda)}$ = contragredient + 指標 $\chi^{(\lambda)}$ を表へ下。

$$\left\{ \begin{array}{l} \chi^{(\kappa)} \cdot \chi^{(\lambda)} = \sum_{\mu=1}^{\delta} a_{\kappa\lambda\mu} \chi^{(\mu)} \\ \chi^{(\mu)} \chi^{(\lambda)} = \sum_{\kappa=1}^{\delta} \tilde{a}_{\kappa\lambda\mu} \chi^{(\kappa)} \end{array} \right.$$

トスレバ

$$\gamma_{\kappa} a_{\kappa\lambda\mu} = \gamma_{\mu} \tilde{a}_{\kappa\lambda\mu}$$

(証明) Brauer - Nesbitt 1 方法 (Ann. of Math.

42. P. 579 参照) ト同様 = シテ証明出来ル。