OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Kantrovitch ノ regularity 二就テ
Author(s)	中野, 秀五郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1942, 241, p. 1292-1296
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75001
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

1069. Kantrovitch ノ regularity ニ就テ

中野秀五郎

Kantrovitch ノ Lineare halbgeordnete Räume (Rec. Math. 1937) ニ於ケル主トル仕事ハ何ト云ッテモ Star-convergence ト regularity トデアラウ．然シ regularity ハ其レカラ出テ来ル結果ハ美シイガ、其ノ定義ハアマリ簡単トハ云ヘナイ。即チ或ルーツノ Vector lattice ガ regular デアルカナイカヲ見別ルニハアマリ都合ヨクハナイ。以下 regularity ニ就テ気付イタ事ヲニ三述ベ度思フ。

Vector lattice M ハ complete デアッテ、若シモ M ノ elements ノ集合ノ列 $M_1, M_2, \cdots\cdots$ ニ對シ

$$\cup M_1, \cup M_2, \cdots\cdots$$

(或ハ $\cap M_1, \cap M_2, \cdots\cdots$)

ガ order-convergent ナレバ、M_i ノ中カラ有限個 t_i ヲ選ビ出シ

$$\lim_{i\to\infty} \cup t_i = \lim_{i\to\infty} \cup M_i$$

(或ハ $\lim_{i\to\infty} \cap t_i = \lim_{i\to\infty} \cap M_i$)

ナラシメ得ルトキ、M ヲ regular ト云フ。此レガ Kantrovitch ノ定義デアリマス。

regular + complete vector lattice ニ就テ次ノ事ヲ証明シテ居リマス。

1) order convergence ト relative uniform convergence トハ一致スル。

2) $\lim_{j\to\infty} a_{ij} = a_i$ デ然カモ $\lim_{i\to\infty} a_i = a$ ナルトキハ

$$\lim_{i\to\infty} a_{i,j_i} = a$$

ナルヤウナ $a_1, j_1, a_2, j_2, \cdots\cdots$ ヲ選ビ出スコトガ出来ル。

先ヅ最初ニ vector lattice M ガ σ-complete ノ場合、1), 2) ガ成立スル充分條件トシテ、次ノ定義ヲ與ヘマセウ。

定義　M ヲ σ-complete + vector lattice トスル。若シモ

$$a_{11} \geqq a_{12} \geqq \cdots\cdots \longrightarrow 0$$

$$a_{21} \geqq a_{22} \geqq \cdots\cdots \longrightarrow 0$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

ナルトキハ element l ヲ適當ニ與ヘレバ

$$l \geqq a_{i,j_i} \qquad (i = 1, 2, \cdots\cdots)$$

ナル j_i ガ存在スルトキ，M ハ regularly complete ト云フコトニ致シマス。

M ガ regularly complete デアレバ

1) order convergence ト relative uniform convergence ハ一致スル。

如何トナレバ

$$\lim_{i\to\infty} a_i = a$$

ナレバ

$$|a_i - a| \leqq l_i$$

$$l_1 \geqq l_2 \geqq \cdots\cdots, \quad \lim_{i\to\infty} l_i = 0$$

ナル l_i ガ存在シマス。故ニ Kantrovitch ノ方法デ

$$i\,l_1 \geqq i\,l_2 \geqq \cdots\cdots \longrightarrow 0 \qquad (i = 1, 2, \cdots\cdots)$$

カラ

$$l \geqq i\,l_{j_i}$$

ナル j_i ガ存在シマス。從ツテ

$$\frac{1}{i} l \geqq l_{j_i}$$

故= $a_1, a_2, \cdots\cdots$ ハ a = uniformly converge シマス。

2) $\lim_{j\to\infty} a_{ij} = a_i$, $\lim_{i\to\infty} a_i = a$ ナルトキハ

$\lim_{i\to\infty} a_{ij_i} = a$ ナル $j_1, j_2, \cdots\cdots$ ガ存在シマス。

如何トナレバ

$$\lim_{i\to\infty} a_{ij} = a_i$$

ナレバ 1) カラ

$$|a_{ij} - a_i| \leqq \varepsilon_{i,j}\, l_i \quad (j = 1, 2, \cdots\cdots)$$

$$\varepsilon_{i,1} \geqq \varepsilon_{i,2} \geqq \cdots\cdots \longrightarrow 0$$

ナル l_i, $\varepsilon_{i,j}$ ガ存在シマス。又

$$\varepsilon_{i,1} l_i \geqq \varepsilon_{i,2} l_i \geqq \cdots\cdots \to 0 \quad (i = 1, 2, \cdots\cdots)$$

カラ

$$l \geqq \varepsilon_{i,j_i} l_i \qquad (i = 1, 2, \cdots\cdots)$$

ナル j_i 並ニ l ガ存在シマス。

又明カニ

$$\lim_{i\to\infty} \frac{\varepsilon_{i,k_i}}{\varepsilon_{i,j_i}} = 0$$

ナル様ナ $k_1, k_2, \cdots\cdots$ ガ存在シマスカラ

$$|a_{i,k_i} - a_i| \leqq \varepsilon_{i,k_i} l_i \leqq \frac{\varepsilon_{i,k_i}}{\varepsilon_{i,j_i}} l$$

従ッテ

$$\lim_{i\to\infty} a_{i,k_i} = \lim_{i\to\infty} a_i$$

デアリマス。

以上ノ regularly complete ハ勿論 Kantrovitch ノ regular ヨリ弱イ條件デアリマス。然シ Kantrovitch ノ regular ハ regularly complete デ然カモ私ガ superuniversal ト呼ンデヰル次ノ條件トヲ一緒ニシタモノト equivalent ナコトガ証明出来マス。即チ $\mathfrak{M}$ ノ任意ノ positive elements ノ集合 $\mathfrak{A}$ ニ對シ、$\mathfrak{A}$ カラ高々可附番個ノ elements $a_1, a_2, \cdots\cdots$ ヲ適當ニ選ビ出セバ

$$\cup \mathfrak{A} = \bigcup_{i=1}^{\infty} a_i$$

ナラシメ得ルトキ $\mathfrak{M}$ ヲ superuniversal ト云ヒマス。

(1942, 8, 28)