



Title	ベクトル束ノ表現ニ関スルニ, 三ノ注意
Author(s)	小笠原, 藤次郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1942, 242, p. 1297-1307
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75002
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

1070. ベクトル束ノ表現 = 関スルニ、三ノ 注意

小笠原 謙次郎 (廣島大 理大)

談話 998 “ベクトル束ノ表現” = 関聯シテニ、三ノ注
意ヲ述ベタイ。

§1. 單位ヲモツベクトル束ノ表現

L ヲベクトル束トスル。部分集合 A ノスベテノ要素ニ直
交スル要素ノ全体ヲ A' デ表ス。即チ $A' = (u; |u| \wedge |a| = 0, \\ a \in A)$ 。

$A \rightarrow A''$ ハ Birkhoff ノ意味ノ閉苞演算デアアル。之レニ
関シテ閉ゲタ集合即チ $A = A''$ ナル A ヲ正規イデヤルトイフ。
任意ノ $A = \text{閉シ}$ A'' ハ A ヲ含ム最小ノ正規イデヤル、即チ A ノ
生成スル正規イデヤルデアアル。特ニ a ノ生成スル正規イデヤ
ルヲ $\mathcal{O}(a)$ デ表シ主イデヤルト呼ブ。 L ノ正規イデヤルノ全
体ヲ N デ表シ正規イデヤルハ $\mathcal{O}$, $\mathcal{L}$ 等デ表ス。 N ハ完全束
デ $\mathcal{O} \rightarrow \mathcal{O}'$ ハ双對自己同型對應デアアル。

定理1. N ハ完全ブール代數デアアル。

(証) Birkhoff, *Lattice Theory*, 定理 6.11 =
ヨリ $\mathcal{O}'$ が $\mathcal{O}$ ノ唯一ツノ補要素ナルコトヲ示セバヨイ。
 $\mathcal{O} \wedge \mathcal{L} = 0, \mathcal{O} \vee \mathcal{L} = L$ トスレバ $\mathcal{O} \rightarrow \mathcal{O}'$ ノ双對自己
同型カラ $\mathcal{O} \wedge \mathcal{L} = 0, \mathcal{O}' \wedge \mathcal{L}' = 0$. ヲレカラ $\mathcal{L} \leq \mathcal{O}', \mathcal{L}' \leq \mathcal{O}''$
後者カラ $\mathcal{L} \leq \mathcal{O}'$ トナリ $\mathcal{O}' = \mathcal{L}'$ トナル。 $\mathcal{O}'$ ハ $\mathcal{O}$ ノ補要素デ
アルカラ、コレデ証明ガ完結シタ。

(注意) 談話 998 デハ主イデヤルノ作ル配分束 P ヲ考ヘ
 P ノ表現空間 Ω_P ハヒュムバクトトハ一般ニ $I \neq \emptyset$ 。
 N ノ表現空間 Ω ヲトレバユノ難点ガ除カレル。 L ノ正要素
ノ全体ヲ L_+ トスルトキ L_+ 自身ハ配分束デアール。*Wall-*
man 流ノ L_+ ノ表現 (α -setヲ *basic open set*ニス
ル)ヲ考ヘルトキ *disjunction property* カラ $\alpha(a)$
 $= \alpha(b)$ ノトキニ限り a ト b ガ同ジ *basic open set*
デ表サレル。即チ Ω_P ハ L_+ ノ準同型表現 (*Wallman*
表現ニヨツテ)ニナル。

尚定理 1ハソノ証明カラ L ガ *Clifford*ノ意味デ半
順序ツケラレタ群 (可換デナクトモヨイ)ノトキデモ L_+
ノ中デ正規イデヤルヲ考ヘルト成立ツ。

次ニ L ガ単位 e ヲ有スルトキソノ表現ヲ考ヘテ見ル。

Ω ヲ N ノ表現ガール空間トスル、即チ Ω ノ点 p ハ N
ノ極大双対イデヤルデアツテ $\alpha \in p$ ナル p ノ全体ヲ α^* デ
表ストキ α^* ハ α ニ對應スル *basic open set*デアール。談
話 998ノ方法デ α ニ對應スル連続函数ヲ $f_\alpha(p)$ デ表ス。

即チ有理数 λ ニ對シ $\alpha_\lambda^{(\infty)} = \alpha((1-\lambda)e)$ ト定メ、 p ニ對シ
 $\alpha_\lambda^{(\infty)} \in p$ ナル λ ガ存在シナイトキ $f_\alpha(p) = +\infty$ 、ソノ他ノト
キハ $f_\alpha(p) = g.l.b.(\lambda; \alpha_\lambda^{(\infty)} \in p)$ ト定メルノデアール。

$f_\alpha(p)$ ニ關スル性質ハ談話 998ヲ参照サレタイ。 $f_\alpha(p)$
ノ全体ヲ L トスル。 $f_\alpha(p) \equiv 0$ トスベテノ p ニ對シ $p| \alpha|$
 $\equiv e$ トハ同義デアール。カナル α ノ全体ヲ N_0 トスルノトキ N_0
ハ正規部分空間デアール。

定理2. L が単位 e をベクトル束で、任意ノ正要素 $x = \sup x = \bigvee_n (x \wedge ne)$ が成立ツトスル。コノトキ $L - N_0$ はアルキメデスの的ナル $L - N_0 =$ 同型ナルベクトル束ナル。又 $L =$ 属スル函数ノ非稠密集合ヲ除イテ有限値ヲトル。

(証) $x > 0$ ノトキ $F = \{p \mid f_x(p) = +\infty\}$ が非稠密ナルコトヲ示セバ他ハ容易ニ判ル。 F が非稠密ナルイトスレバ $F \cap \mathcal{O}(a)^* \neq \emptyset$ 且 $a > 0$ が存在スル。 $p \in \mathcal{O}(a)^*$ ノトキ $f_x(p) = +\infty$ ナラ定義ニヨリ $\mathcal{O}(a \wedge (x - ne)_-) = \mathcal{O}(a) \wedge \mathcal{O}((x - ne)_-) = 0$ 故ニ $a \wedge (x - ne)_- = 0$ 。コレカラ $(x + a) \wedge ne \leq x$ 。故ニ假定カラ $x + a \leq x$ 即チ $a \leq 0$ トナリ矛盾が起ル。

本定理カラ明カナル様ニ $e =$ 関スル無限小ノ存在シナイ即チ $N_0 = 0$ ナル L がアルキメデスの的ナルタメノ條件ハ $x > 0 = \sup x = \bigvee_n (x \wedge ne)$ が成立ツコトナル。一般ノトキ $L - N_0$ ハ単位 e ノ剩餘類ニ関シ無限小ヲ含マナイカラ $L - N_0$ がアルキメデスの的ナルタメノ條件がスグ得ラレル。

(注意) L が可換群束ノトキ有理係数ノベクトル束ニ拡大サレルカラ表現論及ビ上述ノ諸定理ガコレニ對シテモ成立ツ。

§2. C 空間ノ切断ニヨル完全化。

$[0, 1]$ 上ノ有界連続函数ノ全体 C ノ切断ニヨル完全化ヲ $[0, 1]$ 上ノ函数ヲ表現スルバ如何ナルモ、ニナルカ。コレハ第一種集合ヲ除外シテ一致スルニツノ *Baire* ノ性質ヲモ

ツ有界ノ函数ヲ恒等視スルトキ, カニル函数ノ全体ガ C /
切断ニヨル完全化ニナル, コレヲ稍々一般ニシテ論
ル。

R ヲ完全正則空間トスル, C ヲ R 上ノ有界連続函数ノ全
体トスル。

補題 1. C ノ正規イデヤルノ完全ブール代数ト R ノ正則
開集合ノブール代数ハ束同型デアアル。

(証) 正規イデヤル $\mathcal{O} = \sum_{f \in \mathcal{O}} (p; |f(p)| > 0)$ +
ル開集合ヲ對應サセル, コノ開集合ヲ $G(\mathcal{O})$ デ表ス。 $g \in \mathcal{O}$
ニ對シ明カニ $G(\mathcal{O}) (p; |g(p)| > 0) = 0$, コレカラ $G(\mathcal{O})$
ハ正則開集合デアツテ, $(p; |f(p)| > 0) \subset G(\mathcal{O})$ ナルヲ,
全体ガ $\mathcal{O}$ ナルコトが判ル, 逆ニ正則開集合ニハカニル方法
デコレニ對應スル正規イデヤルノ存在が判ル, コレヲ証明ガ
完結シタコトニナル。

コノ補題ニヨリ正則開集合ノブール代数ノ表現空間ハ正
規イデヤルノブール代数 N ノ表現ブール空間ニナル。

更ニ R ハ如何ナル開集合モ第一種集合デナイトスル。

B ヲ R 上ノ Baire ノ性質ヲミツ有界函数ノ全体トシ,
第一種集合ノ上ヲ除イテ一致スル函数ハ對等トイヒ, 之レヲ
恒等視シテ B ヲベクトル束ニスル, C ノ切断ニヨル完全化ヲ
 $\bar{C}$ トスルトキ $\bar{C}$ ハ N ノ表現空間 $\mathcal{O}_B$ ノ有界連続函数全体
ノベクトル束デ表現サレルカラ $\bar{C}$ ヲカニル連続函数ノ全
体トミテヨイ, $f \in B$ トスル, 任意ノ有理數 λ ニ對シ $(p;$
 $f(p) < \lambda)$ ト第一種集合ヲ法トシテ一致スル正則開集合ヲ

G_λ トスレバ $\lambda < \mu$ ノトキ $G_\lambda \subset G_\mu$. 充分小ナル $\lambda =$ 對シ, $G_\lambda = 0$. 充分大ナル $\lambda =$ 對シ $G_\lambda = L$.

$\sum_{\lambda < \mu} G_\lambda$ ト G_μ ハ第一種集合ヲ除イテ一致スル. $G_\lambda =$

對應スル N ノ要素ヲ α_λ トスレバ $\lambda < \mu$ ノトキ $\alpha_\lambda \leq \alpha_\mu$.

$\bigvee_{\lambda < \mu} \alpha_\lambda = \alpha_\mu$. 充分小ナル $\lambda =$ 對シ $\alpha_\lambda = 0$. 充分大ナル $\lambda =$

對シ $\alpha_\lambda = C$. コレカラ §1 所述ベタキ $\psi =$ シテ $f(\beta)$ トル連続函数ヲ作レバ, 明カニ $B, f \sim 0 = \wedge \bar{C}, f \sim 0$ ガ對應スル.

$f + g, \wedge f =$ ツイテモ証明スルコトガ出來ル. コノ對應ハ / 對 / デアツテ C ノ要素ヲ不変ニスル. 故ニ $B \wedge C$ ノ切断ニヨル完全化デアール.

マタ Ω ノ非稠密集合ヲ除イテ有限値ヲトル連續函数全体ノベクトル束 $\mathcal{L}_\Omega$ ハ第一種集合上ヲ除イテ有限値ヲトル Baire ノ性質ヲモツ函数全体ノベクトル束ト同型デアールコト (對等ノ函数ハ恒等視スル) ハ上ノ証明法カラ判ル. Baire ノ性質ヲモツ函数ノ代リニ B -可測トシテモヨイ. (Kuratowski, 192 頁参照)

序ニ次ノ注意ヲ附加スル. C ヲ吉田氏 (或ハ Stone) ノ方法デビコンパクト空間 Ω 上ノ有界連續函数全体デ表現スルトキ Ω ハ R ノコンパクト拡張デアール (吉田氏, 學士院記事 17 (1941) 121—124) ヲ, 拡張ハ R ノ全開集合ノ作ル配分束カラ Wallman 式ニ得ラレルコトハ A.D. Alexandroff ガ Recueil Math. デ示シテキルガ吉田氏ノ方法ト因聯シテ次ノ様ニシテモ説明ガツク.

C , 任意, 極大正規部分空間 $\mathcal{M}$ 二對シ全開集合
 $(p; |f(p)| \leq \frac{1}{n}) \quad f \in \mathcal{M}$ / 全体ヲ $\{F\}$ トスルトキ $\{F\}$ ハ
 有界相交性ヲモツ. $\{F\}$ ヲ含ム有限相交性ヲモツ全開集合
 / 極大集合ハ唯一ツシカ存在シタイコトが証明サレル. 逆
 $\Rightarrow$ 全開集合 / 有限相交性ヲモツ極大集合 $=$ 極大正規部分空
 間ハ唯一ツ對應スル, コレカラ Wallman 式ノボックスパ
 ート擴張ハ $\mathcal{M}$ ヲ点ト見ナス吉田氏ノ考ヘ方ニナル.

§3. ベクトル束ノ實函数族 (無限大性ヲトラナイ)
 ニヨル表現.

今 A ヲ完全ベクトル束, $\mathcal{O}_A(A)$ ヲ $\mathcal{O}_A$ ノ表現ガール空間,
 $\alpha \in A =$ 對應スル基本開集合 (basic open set) ヲ $\mathcal{E}(\alpha)$
 テ表ス. $\mathcal{O}_A(A)$ 上ノ非稠密集合ヲ除イテ有限値ヲトレ連続函
 数全体ノベクトル束ヲ $\mathcal{L}_{\mathcal{O}_A(A)}$, 有界連続函数全体ノベクト
 ル束ヲ $\mathcal{L}_{\infty \mathcal{O}_A(A)}$ トスル.

補題1. ⁽¹⁾ $\mathcal{L}_{\mathcal{O}_A(A)}$ ノ實線空間ヘノベクトル束トシテノ準
 同型對應 (群束トシテモ同義) ハ *trivial* + モノ (恒等的
 $= 0 =$ 對應サセルモノ) 以外ニ存在シタイタメノ條件ハ次ノ
 何レカヲ満足スルコトデアル.

(1°) 任意ノ $p_0 \in \mathcal{O}_A(A) =$ 對シ $f(p_0) = +\infty$ + ル $f \in \mathcal{L}_{\mathcal{O}_A(A)}$
 が存在スル.

(2°) A ノ任意ノ極大双對イデアルハ下端ガ $0 =$ ナル可
 附一部分集合ヲモツ.

(証) (1°) $p_0 =$ 對シ $f(p_0) = +\infty$ + ル $f \in \mathcal{L}_{\mathcal{O}_A(A)}$ が

存在シタイトスレバ $f \rightarrow f(p_0)$ ハ *trivial* デタイ準同型對應ニナル。

故ニ $f(p_0) = +\infty$ ナル $f \in \mathcal{L}_{\mathcal{B}}(A)$ カ存在シタイトスレバナラヌ。逆ニカナル f カ存在スルトスル。 $\xi(f)$ ナ *trivial* デタイ準同型對應ヲ與ヘルモノトスレバ $\xi(1)$ カ 0 デタイ場合ハ $\xi(1) = 1$ トシテヨイ。 $\xi(f)$ ハ $\mathcal{L}_{\mathcal{B}}(A)$ ノ準同型對應ヲ與ヘルカラ $p_0 \in \mathcal{B}(A)$ カ存在シテスベテ $g \in \mathcal{L}_{\mathcal{B}}(A)$ = 對シ $\xi(g) = g(p_0)$ 。 $f(p_0) = +\infty$ ナル $f \in \mathcal{L}_{\mathcal{B}}(A)$ ヲ考ヘル。 $f \geq 0$ トシテヨイ。 $g_n = f \wedge n$ トスレバ $g_n(p_0) = n$ 。コレカラ $\xi(f) \geq \xi(g_n) = n$ トナリ $\xi(f) = +\infty$ カ成立ツコレハ矛盾デアイル。 $\xi(1) = 0$ ノトキ $\xi(g) = 1$ ナル

$g \in \mathcal{L}_{\mathcal{B}}(A)$ ヲトル。 $g \geq 0$ トシテヨイ。 $(1+g(p))f(p) \rightarrow f(p)$ ハ $\mathcal{L}_{\mathcal{B}}(A)$ ノ自己同型對應デアイルカラ $\xi((1+g)f)$ ヲ考ヘルト / カノニ對應スルカラ前ノ場合ニ帰結サレ矛盾カ起ル。

(1°) $\rightarrow$ (2°) ノ証。 $f(p_0) = +\infty$ ナル $f \in \mathcal{L}_{\mathcal{B}}(A)$ ヲトル。 $f \geq 0$ トシテヨイ。 $(p; f(p) > n)$ ト對等ナ (第一種集合ヲ法トシテ一致スルコトノ意) 基本開集合ヲ $\mathcal{E}(a_n)$ トスルトキ $\mathcal{E}(a_n) \subset (p; f(p) \geq n)$ デアルカラ $\bigcap_n \mathcal{E}(a_n)$ ハ非稠密。故ニ $\bigwedge a_n = 0$ 。 p_0 ハ A ノ極大双對イデヤルデアイルカラ $a_n \in p_0$ トナル。

(2°) $\rightarrow$ (1°) ノ証。 p_0 ナ $\mathcal{B}(A)$ ノ任意ノ点トスル。 p_0 ハ A ノ極大双對イデヤルデアイルカラ $\bigwedge_n a_n = 0$ ナ $\{a_n\} \subset p_0$ 。

前頁脚註 (1) 中山氏談話 1012 カヲ考ヘツイタ。

がアル。コノトキ $\Pi E(a_n)$ ハ非稠密トナル。 $a_n > a_{n+1}$

トシテヨイ、 $f(\beta)$ ヲ

$$\beta \in \Sigma(A) - E(a_1) \text{ ノトキ } 0$$

$$\beta \in E(a_n) - E(a_{n+1}) \text{ ノトキ } -n$$

$$\beta \in \Pi E(a_n) \text{ ノトキ } +\infty$$

トスル、 $f \in \mathcal{L}_\Sigma(A)$ トナリ (1°) ガ成立ツ。 (証明終リ)

A = 於テ次ノ條件ヲ考ヘル。

(3°) A ノ任意ノ独立ト部分集合ハ可附番デアアル、(独立トハ任意ノ二要素ガ互ニ直交スルコトノ意)

(4°) A ノ任意ノ増加超限列 $a_1 < a_2 < \dots < a_\omega < a_{\omega+1} < \dots$ ハ可附番デアアル。

(5°) (4°) ノ双對命題

(6°) A ノ任意ノ部分集合ニ對シテハコレト上端ヲ同ジクスルソノ可附番部分集合ヲモツ。

(7°) (6°) ノ双對命題

(8°) A ハ可分デアアル、即チ A ノ可附番部分集合 $\{U_n\}$ $U_n > 0$ ガ存在シ、任意ノ A ノ要素 $a > 0$ ハソノアル部分集合ノ上端 = ナル。

補題2. (3°) — (7°) ハ互ニ同義デアアル。

(証明) (3°) $\rightarrow$ (5°) ノ同義ハ自明。 (6°) (7°) ノ同義ハ自明。
(5°) $\rightarrow$ (7°) ノ証。 E ヲ A ノ任意ノ部分集合トスル。 E ノ下端ヲ0トスル (コレヲ一般性ヲ失ハス)。 E ノ任意ノ可附番部分集合ノ下端ノ集合ヲ E_1 トスル。 E_1 ガ0ヲ含マヌトキハ非可附番減分超限列が存在シ (5°) = 成スル。 (7°) $\rightarrow$ (5°) ノ

証. 非可附番減小超限列がアルトスル. スベテノ第一級,
第二級ノ順序数 α ニ對シ a_α が定義サレ $a_\alpha > a_{\alpha+1}$. $\{a_\alpha\}$
ト下端ヲ同ジクスル可附番列ヲトルトアル α_0 . ニ對シ $a_{\alpha_0} =$
 $\wedge a_\alpha$ トナリ矛盾が起レ.

補題3. (8°)が成立ットキ(3°)が成立ツ.

(証) 自明.

補題4. A がatomic elementヲモタナイデ且ツ(3°)
— (7°)ノ何レカ一ツが成立ットキ(2°)が成立ツ.

(証) 自明.

補題5. A がatomic elementヲモタナイデ(8°)が
成立ットキ(2°)が成立ツ.

L ヲ單位 e ヲモツ完全ベクトル束トスル. L ノ正
規イデメルノブール代数ヲ N . 表現ブール空間ヲ $\mathfrak{B}$
トスル.

補題6. N が(3°) — (7°)ノ何レカヲ満足スルタメノ條
件ハ次ノ何レカデアアル.

(i) L ノ上方有界部分集合ハコレト上端ヲ同ジクスルソ
ノ可附番部分集合ヲ含ム.

(ii) (i)ノ双對命題.

(証) (ii) $\rightarrow$ (7°) N ハ e ニ關スル特性要素ノ作ルブー
ル代数ト束同型デアアルコトカラ.

(7°) $\rightarrow$ (ii) 0 ヲ下端トスル L ノ部分集合 E ヲ考ヘル.
 $x \in E$ ニ對シテ $0 \leq x \leq e$ トシテ一般性ヲ失ハナイ. 何者 e
ノ代リニ單位ヲ適當ニトレバヨイカラ. $x \in E$ ニ對シ

$\alpha((x - \frac{1}{n}e)_+)$ は e の射影ヲ考ヘルトキ $(7'') = \exists \epsilon$
 ϵ 可附番部分集合 $\{x_{n,m}\}$, $m=1, 2, \dots$ が存在シ, 之等
 $=$ 對スルカミル射影下端が $0 < +\infty$. 故ニ $\bigwedge_m x_{n,m} \leq \frac{1}{n}e$
 従テ $\bigwedge_{n,m} x_{n,m} = 0$ トナリ (ii) が成立ツ。(証終リ)

正則ベクトル束ハ常ニ (i), (ii) を満足スル. *non-trivial*
 ナ準同型對應ヲ許サナイニノ例ヲ舉ゲルナラバ,

例 1. (中山氏ニヨル例, 談話 10/2) A トシテ $[0, 1]$ ノ
 正則開集合ノ完全ブール代数, 補題 5ニヨリ *non-trivial*
 ナ準同型對應ヲ許サナイ $\mathcal{L}_{\Omega}(A)$ ハ對等ナ函数 (第一種集合
 上ヲ除イテ一致スル) ヲ恒等視シタ第一種集合上ヲ除イテ有
 限値ヲトル Baire ノ性質ヲモツ (B -可測トシテモヨイ)
 函数族ノベクトル束デアール.

例 2. A トシテ零測度集合ヲ法トシタ可測集合ノブール
 代数トスル. A ハ *atomic element* ヲ含マズ且ツ (3')
 ヲ満足スル $\mathcal{L}_{\Omega}(A)$ トシテ對等ナ函数ヲ恒等視シタ零測度集
 合上ヲ除イテ有限値ヲトル可測函数全体ノベクトル束.

ベクトル束 L ニ於テ $a(12)$ ガ N ノ *atomic element* ノト
 キ x ヲ孤立要素ト呼ブ.

定理 1. L ガ K -空間ノトキ実数空間ヘノ *non-trivial* ナ準同型對應が存在スルタメノ條件ハ L ノ孤立要素ヲ含ムコトデアール.

(証) 必要ナコト. $\xi(x)$ ヲ *non-trivial* ナ準同
 型對應ヲ與ヘルモノトスル. 適當ニ L ノ主イデヤルヲ考ヘル
 コトニヨリ, L ガ單位 e ヲモチ $\xi(e) = 1$ トシテ一様性ヲ失

$\mathbb{R} + i$. $e \in \mathcal{L}$ として、 $\mathcal{L}$ 上の連続関数を表現スル。補題 1 の証明法から $f_0 \in \mathcal{L}$ が存在し $\xi(x) = f_x(f_0)$ / 有限トナル。 $\alpha(e_\alpha) \in f_0$ となる e に関する特性要素、全体ヲ $\{e_\alpha\}$ トスル。 f_0 が孤立点アノイトスレバ、 $\bigwedge e_\alpha = 0$. K -空間ノ性質カラ $\{e_\alpha\}$ / 可附添部分集合 $\{e_n\}$ が存在シ $e_n \geq e_{n+1}$, $\|e_n\| \leq \frac{1}{2^n}$ $x = \sum e_n$ ト置クト $f_x(f_0) = +\infty$ トナリ矛盾が起ル。故ニ f_0 ハ孤立点。従ツテ f_0 ハ基本開集合ニナルカラ N / atomic element $\alpha(e_0)$ が存在シ、任意ノ x / $\alpha(e_0)$ / 射影ヲ λe_0 トスレバ $\xi(x) = \lambda$ トナル。逆ハ容易ニ判ル。(証終)

$\mathcal{L}$ ハ K -空間ノトキ $N_1 \neq N_2$, N_2 = 直和分解シ N_1 ハ atomic + ブール代数, N_2 ハ atomic element / + ブール代数ニスル。 N_2 が空ノトキハ、 $\mathcal{L}$ ハ実函数ヲ同型ニ表現サレ、 N_2 が空デナイトキハコレが不可能ニナル。 N_1 が空ノトキハ実数空間ヘノ non-trivial + 準同型對應ハ存在シトイ。 N_2 が空ニナル條件ハ $\mathcal{L}$ が列空間 (可附添トハ限ラナイ) トナル條件ヲ束縛的ニハ任意ノ区間ガノルムヲコンパクトニナルコトデアアル。

尚定理 1 ハ Bochner 束ニ對シテモ成立スル。同様に証明ヲ繰返スニ過ギナカラソノ証明ハ略スル。従テニ三ノ空間ヲ除イテ我々ノ接スル函数空間ハ一般ニ実函数ヲ同型表現ガ不可能ニナル。