



Title	Fréchet束二就テ
Author(s)	小笠原, 藤次郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1942, 243, p. 1334-1346
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75007
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

1075. Fréchet 束 = 就テ

小笠原 徳次郎 (広島文理大)

区間 $0 \leq t \leq 1$ 上ノ殆ド到ル所有限値ヲトル可測函数 $x(t)$ ノ全体ノ作る線形空間ニ計量函数 $p(x) = \int_0^1 \frac{|x(t)|}{1+|x(t)|} dt$ ノ導入ニヨリテ生ズル下型空間ハ之ト位相的對等ニナルヲ示シ、1レムヲ導入シテ Banach 空間タラシムルコトハ不可能デアル。数列ノ空間 (s) ニツイテモ同様。コノ既知ノ事實ヲ結論ノ一部ニ含ムヲウ、半順序線形空間ノ理論ヲ展開スルコトガ目的デアル。

§ 1. Fréchet 束, K_b 型 "正則" Fréchet 束.

ベクトル束ガ Fréchet 束 (簡單ノ下型束) トハ計量函数 $p(x)$ ガ定義セラレ

$$(I) \quad p(x) \geq 0, x=0 \text{ ノトキ } p(x)=0$$

$$(II) \quad p(x+y) \leq p(x) + p(y)$$

$$(III) \quad |x| \leq |y| \text{ ノトキ } p(x) \leq p(y)$$

ヲ満足シ λx ガ λ ガ増大ニシテ λx ノ函数ト考ヘテ連続且ツ p ニ關シテ完備トナルコトデアル。

補題 1. F -束ハアレキトナス的デアル。

$$(証) \quad n \text{ ビテノ } n = \text{ツイテ } 0 \leq nx \leq y \text{ トスル。 } p(nx) \leq p(\frac{1}{n}y)$$

$$\rightarrow 0 \text{ ナラ } p(x) = 0 \quad \text{故ニ } x = 0 \quad \text{証終。}$$

補題 2. F -束 F ハ $x+y, x \cup y, x \wedge y$ ハ x, y ノ一樣連續函数デアル。又 $\lambda x, \lambda, x$ ノ連續函数デアル。

(証) $|x-y-x'-y'| \leq |x-x'| + |y-y'|$ カラ $p(x \cup y - x' \cup y') \leq p(x-x') + p(y-y')$ カラ $x \cup y$ ノ $x, y =$ 閉スルー様連続性カ判ル。他ノ部分ノ証明ハ略スル。 証終

(註) (I) - (III) ガケカラ補題ノ前半ガ成立ツ。

補題3. $p(x_n - x) \rightarrow 0, p(y_n - y) \rightarrow 0, x_n \subseteq y_n$ 証終
 $\Rightarrow x \subseteq y$

(註) 補題2カラ 証終

補題4. $x_n \subseteq x_{n+1}$ (或ハ $x_n \supseteq x_{n+1}$), $p(x_n - x) \rightarrow 0$ ノトキ $x = \bigcup x_n$ (或ハ $x = \bigcap x_n$) デアル。

(証) 補題3カラ 証終

補題5. F-束デハ計量的収斂ト相對一樣(*)-収斂トハ同義デアアル。

(証) $0 =$ 収斂スル場合ヲ考ヘレバ充分。 $p(x_n) \rightarrow 0$ トスル。 $\{x_n\}$ ノ任意ノ部分列ヲ考ヘルトキ更ニソノ部分列 $\{x_{i_n}\}$ ヲ $p(nx_{i_n}) \leq \frac{1}{2^n} = 0$ トル。

完備性カラ $\sum_1^\infty n |x_{i_n}|$ ハ収斂、之ヲエト量クト $|x_{i_n}| \leq \frac{1}{n} x$ トナリ定義ニヨリ x_n ハ $0 =$ 相對一樣(*)-収斂スル。逆ニ x_n ガ $0 =$ 相對一樣(*)-収斂スルトセヨ。任意ノ部分列カラ更ニ部分列 $\{x_{i_n}\}$ ガ相對一樣収斂スルヲウエトレバ F-束ノ定義カラ $p(x_{i_n}) \rightarrow 0$ 。故ニ $p(x_n) \rightarrow 0$ 証終
 次ノ條件 (IV) ヲ導入スル。

(IV) $x_n \downarrow 0$ ノトキ $p(x_n) \rightarrow 0$

補題6. ベクトル束ガ (I) - (IV) ヲ満足シ $p =$ 閉シテ完備

ノトキ、計量的収斂ト(*)-収斂が同義ナ F-束ニナル。

(証) $\lambda_n \rightarrow 0$ ノトキ $\lambda_n x \rightarrow 0$ (i)。 $\{\lambda_n\}$ ハ單調列ト考ヘテコイカラ (iv) = コリ $\rho(\lambda_n x) \rightarrow 0$ 。 $x_n \rightarrow x$ (ii) トスレバ $|x_n - x| \leq \lambda_n$, $\lambda_n \downarrow 0$ トナル $\{\lambda_n\}$ が存在スル。能ッテ (iv) = コリ $\rho(x_n - x) \rightarrow 0$ 。補題5ヲ使ヘバ本補題ノ成立が判ル。

証終

更ニ條件 (v) ヲ導入スル。

(v) $0 \leq x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n \leq \dots$, $\{x_n\}$ が (i)-有界ナイトキハ $\lim_n \lim_p \rho(x_{n+p} - x_n) > 0$

補題7. (i) - (iv) ヲ満足スル σ -完全ベクトル束が完備(能ッテ F-束ニナル)ナルノメノ條件ハ (v) デアル。

(証) X ヲ (i) - (iv) ヲ満足スル σ -完全ベクトル束トスル。 X ヲ完備トセヨ。 $0 \leq x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n \leq \dots = x$ シ $\lim_n \lim_p \rho(x_{n+p} - x_n) = 0$ トスレバ $\rho(x_n - x) \rightarrow 0$ ナル $x \in X$ が存在スル。補題4 = コリ $x = \bigvee x_n$ トナリ $\{x_n\}$ ハ束的有界ニナル。

$x = X$ が (v) ヲ満足スルトスル。任意ニ基本列 $\{x_n\}$ ヲ考ヘルト部分列 $\{x_{i_n}\}$ ヲ $\rho(x_{i_n} - x_{i_{n+1}}) \leq \frac{1}{2^n} = 0$ 。
 $\sum_i (x_{i_n} - x_{i_{n+1}})$ ハ絶対収斂スル。能ッテ $x_{i_n} \rightarrow x(0)$ ナル $x \in X$ が存在スル。(iv) = コリ $\rho(x_{i_n} - x) \rightarrow 0$ 能ッテ $\rho(x_n - x) \rightarrow 0$

証終

“K-空間ニ就テ” 紙張誌 1060 頁ハ Kantorovitch ノ創見ヲ尊重シテ “正則性” = 對シ彼ノ條件ノ引用ニ留メタガ

實際ノ取扱ヒニハ稍不便デアル。中野氏ハ紙数誌 1069 ア“正則性”ニ関スル一注意ヲ與ヘテオラレル。茲デハ次ノ兩ノ條件ヲトル。

○—完全ベクトル束ガ K_5 型“正則”ニナル條件

(1°) $x_n, m \downarrow 0$ ($m \rightarrow +\infty$) ノトキ $x_n, m_n \rightarrow 0$ (3) ($n \rightarrow +\infty$) ナル $\{m_n\}$ ガアル。

(2°) (0)–有界ト増加超限列 $x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_\alpha < \dots$ ハ可限番集合デアアル。

○—完全ベクトル束ガ K_6 型“正則”ニナル條件

(1°): 上ノ(1°)ニ同じ

(2°): 上ノ(2°)カラ(0)–有界ヲトル。

(3°): 増加列 $0 \leq x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n \leq \dots = \text{對シ}$
如何ナル $\lambda_n \downarrow 0$ ノヲトルニ $\lambda_n x_n \rightarrow 0$ (0) ナラバ $\{x_n\}$ ハ(0)–有界デアアル。

コレ等ノ証明ハ Kantorovitch, Recueil Math. 2 (1937) ノ見レバ殆ンド明カト思ハレルカラ略スル。尚ホ Kantorovitch. ノ所論デハ“正則”ノ *proper axiom* (紙数誌 1194 頁 (i)) ニ於テ無限大要素ノ極限ヲ考ヘルコトハ不要デアアル。

マタ此ハ *metric function* ρ ノ考ヘルトト當ニ
 $|x| < |y|$ ノトキ $\rho(x) < \rho(y)$ トレテイルガ $\rho(x) \leq \rho(y)$
トシテ差支ヘナイコトハ此ノ所論カラ判ルコトデアアル。

(Kantorovitch 上掲, §8 R_3 型空間)

定理1. σ -完全ベクトル束が (I) - (V) を満足すれば
 K_b^- 型 "正則" F-束となる。逆も K_b^- 型 "正則" F-束は
 (I) - (V) を満足する。

(証) 前半の証. X が (I) - (V) を満足する σ -完全ベ
 クトル束とする。 (1°) の証. $x_{n,m} \downarrow 0$ ($m \rightarrow +\infty$) から $p(x_n,$
 $m_n) \leq \frac{1}{2^n}$ となる $\sum x_{n,m_n} \in X$ となるから $x_{n,m_n} \rightarrow 0(0)$.
 (2°) の証. 非可附番増加超数列 $0 \leq x_1 < x_2 < \dots < x_\alpha < \dots$
 が存在するとする。適当な正数 ε が存在して $p(x_{\alpha+1} - x_\alpha) > \varepsilon$
 となる第二級ノ順序数 $\alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_n < \dots$ が存在する。
 $\{x_{\alpha_n}\}$ は (0)-有界となるから $x = \vee x_{\alpha_n}$ となる。

$$\varepsilon \leq p(x_{\alpha_{n+1}} - x_{\alpha_n}) \leq p(x - x_{\alpha_n}) \rightarrow 0$$

となり矛盾が起る。

後半の証. X が K_b^- 型 "正則" F-束とする。 (IV) の証.
 $x_n \downarrow 0$ となる K_b^- 型 "正則" から $x_n \leq \lambda_n u$, $\lambda_n \downarrow 0$ となる
 $u \geq 0$ が存在する。F-束の定義から $p(x_n) \leq p(\lambda_n u) \rightarrow 0$.

(V) の証. X の完備性から

証終

最後一條件 (VI) を導入する。

(VI) $0 \leq x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n \leq \dots$, $\{x_n\}$ が (0)-有界で
 かつ $\lim_{\lambda \downarrow 0} \lim_n p(\lambda x_n) > 0$

定理2. (I) - (VI) を満足する σ -完全ベクトル束は K_b^- 型
 "正則" F-束である。逆も真なり。

(証) 前半の証. X が (I) - (VI) を満足する σ -完全ベ
 クトル束とする。 (1°), (2°) の証は前定理と同じ。 (3°) の証.

$0 \leq x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n \leq \dots$, 任意, $\lambda_n \downarrow 0$ + ϵ 正数列 $\{\lambda_n\}$ があり $\lambda_n x_n \rightarrow 0(0)$ + ϵ $\{x_n\}$ は (2) - 有界でない。 (VI) かつ $\lim_{\lambda \downarrow 0} \lim_n p(\lambda x_n) > \epsilon$ + ϵ 正数 ϵ が存在する。 これから $\lambda_n \downarrow 0$, $p(\lambda_n x_n) > \epsilon$ + ϵ $\{\lambda_n\}$ が存在する。 矛盾。 (IV) により起る。

後半の証。 X が K_b 型 "正則" F - 束とする。 前定理により (VI) を示せばよい。 $0 \leq x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n \leq \dots$, $\{x_n\}$ が (2) - 有界でない。 したがって $\lim_{\lambda \downarrow 0} \lim_n p(\lambda x_n) = 0$ となる。 $\lambda_n \downarrow 0$ + ϵ 任意の正数列 $\{\lambda_n\}$ を考へる。 部分列 $\lambda_{i_1} < \lambda_{i_2} < \dots$ かつ $\lim_m p(\lambda_{i_m} x_m) \leq \frac{1}{2^m} = 0$ となる。 $p(\lambda_{i_n} x_{i_{n+1}}) \leq \frac{1}{2^n}$ + ϵ から $\lambda_{i_n} x_{i_{n+1}} \rightarrow 0(0)$ 。 然るに $\lambda_{i_{n+1}} < \lambda_p \leq \lambda_{i_n}$ + ϵ $\lambda_p x_p \leq \lambda_{i_n} x_{i_{n+1}} \rightarrow 0(0)$ かつ $\lambda_n x_n \rightarrow 0(0)$ 。 従って $\{x_n\}$ は (2) - 有界でない。 矛盾が起る。

証終

条件 (V), (VI) は $0 \leq x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n \leq \dots$, $\{x_n\}$ が (2) - 有界でないとき $p(x_n) \rightarrow +\infty$ + ϵ 条件を満足する。 p が ノルム かつ (VI) の問題, $\{x_n\}$ に対し $\|x_n\| \rightarrow +\infty$ となる。 従って (V) は必ずしも成り立たない。 これから K -空間, K -空間 (紙数誌 1060), 性質を述べることが出来る。 例へば

定理 3. K -空間と K_b 型 "正則" Banach 束は同義である。

$p(x_n) \rightarrow +\infty = 0$ + ϵ の Kantorowitch, improper axiom を満足する "正則" となる。

K_b 型, K_b 型 "正則" F-束ハ本質的ニハ上述 Kantorovich / 所論 Recueil Math = 取扱ハレテイル。

§2. K_b 型 "正則" F-束ノ例

S空間, (d)空間ハ K_b 型 "正則" F-束ノ例デアイル。新様ト
 $\in /$ 以外ニ

例1. Bochner束: ベクトル束 X が高々可附番無限個ノ正線形汎函数 $\{F_n(x)\}$ ノモチ (i) $x_n \downarrow 0$ ノトキ $F_n(x_n) \rightarrow 0$ ($n \rightarrow +\infty$) (ii) $0 \leq x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n \leq \dots$, $\lim_n F_n(x_n) < +\infty$, n 任意, コノトキ $\forall x_n$ が存在スル。コノ條件ノ成立スルベノトル束 X ノ Bochner束ト呼ンダ。

今 $f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \frac{F_n(|z|)}{1+F_n(|z|)}$ ト置クト X ハ (I) - (VI) ノ満足シ K_b

型 "正則" F-束ニナル。

例2. 可換自己随伴作用素ノ環

H ノ可分ヒルベルト空間トシ, M ノ各作用素ト可換ナ有界線形作用素ノ全体 M' ト可換ナ有界自己随伴作用素ノ作ル環, $\mathcal{H}$ ノ M' ト可換ナ自己随伴作用素 (必ズシモ有界デナイ) ノ全体トスル。 M ハ完全環束ニナル。(i)ノ束論的証明ガ吉田氏紙数誌 1061 = 興ハラレテイル。尚コノ証明ハ中野氏 Proc. Phys-Math. Soc. Japan 23 (1941) 511 頁ノ定理カラモ出来ル)。恒等的作用素 I ガノトナル換 M ノ表現ゴール空間ノ連続函数ヲ表現スルバ M ハ有界連

連続函数ノ全体ヲ表現サレル。凡ハ第一種系各ヲ除イテ有限子
 集ヲトル連続函数ノ全体ヲ表現サレルカラ凡ハ環ニナル。
 $\{f_n\}$ ヲ f_g ノ單位球ニ於テ稠密ナ可附番列トナル。 $A \in \mathcal{K}$
 ニ對シ

$$\rho(A) = \sum_1^{\infty} \frac{1}{2^n} \left\| \frac{|A|}{1+|A|} f_n \right\|^2$$

ト置ケバ $\mathcal{K}$ ハ K_0 型“正則”F-束ニナル。此内デノ $\rho = 0$
 ヲ收斂ト半順序ニヨル收斂ノ關係ヲ辨シテ見ルニハ紙雜誌
 1021 デ導入シテ廣義ノ (0)-收斂, (*)-收斂ヲ用フルノが
 便利デアル。

§3. “正則”ベクトル束ト實函数ニヨル忠實ト表現

實函数ニヨルベクトル束ノ線形-束- (準) 同型表現ニ関
 スル “ベクトル束ノ表現ニ関スルニ三ノ注意” 紙雜誌 (242号?)
 ノ結果ヲ一部拡張スル。

定理1. K_0 型“正則”ベクトル束 L ニ於テ正規イデマ
 ルノ作ルブール代数 N が原子的要素ヲ含マナイトキ L ノ實
 数空間ヘノ *non-trivial* ナ準同型表現ハ存在シナイ。

(証) $\xi(x)$ デ *non-trivial* ナ準同型表現が與ヘラレ
 ルトスル。 $\xi(e) = 1$ ナル正要素 e ヲトリ主イデマル $\rho(e)$
 ヲ考ヘル。 $L = \rho(e)$ トシテ一般性ヲ失ハナイ。 e が1トナ
 ル様 L ヲ表現ブール空間 Ω 上ノ連續函数ヲ表現スル。コ
 トキ Ω ノ一氣 f_0 が定マリ $\xi(x) = f_x(f_0)$ トナル。

$f_\infty(p_0) = +\infty$ とし、存在を示せばよい。 $\{e_\alpha\}$ が $e = \sup$ となる特性要素 $a(e_\alpha) \in p_0$ (或は $p_0 \in \mathcal{O}^*(e_\alpha)$) とし、
 $\{e_n\}$ が $\wedge e_n = 0$ とし、 $\{e_\alpha\}$ 、可数部分集合とし、
 $e_{n+1} < e_n$, $e_n \leq \frac{1}{2^n} u$ とし、正要素 u の存在を仮定してよい。
(適當な部分列を取ればよいから)。 $x = \sum e_n = e$ として、
 $f_\infty(p_0) = +\infty$ とし、証終

定理2. K_b^- 型 “正則” ベクトル束 L が実函数 = ヨリ忠實 = 同型表現されるための条件は正規イデアルの作れ、
代数 N が原子的なレコト換言レベル L が列空間 (必ずしも可数でない) = なることである。

(証) 前定理から殆ど自明。列空間の意味は $\{x_\alpha\} \subset L$ が存在して $x = \sum \lambda_\alpha x_\alpha$ (可数個、 λ_α が 0 でない) の形 = 書けることである。

定理2から実函数 = ヨリ忠實な表現 $f \in \mathcal{V}$ ($\pm\infty$ をとり得る許す) K_b^- 型, K_b 型 “正則” F -束, K^- , K -空間 L へ $f \in$ 列空間 = なる。

定理3. K_b^- 型 “正則” ベクトル束 L が単位 e を含む要素が $e = \sup$ となる有界、かつ L の有限次元である。

(証) $e = \sup$ となる特性要素全体、完全代数 A となる。 A が有限次元であることと A の互に独立な要素からなる部分集合が有限集合となることと同義。今 $\{e_n\}$ とし、独立な要素からなる列が f と $a_n = \sum_{m \geq n} e_m$ とし、 $a_n \downarrow 0$ 。
故に $a_n \leq \lambda_n u$, $\lambda_n \downarrow 0$ とし、正要素 u が存在する。明か u は

e = 閉レテ有界デナイ。

証終

定理3カラ例ヘバ河田氏教物會誌 16 (昭和十七). 168
頁定理 (11.3), (11.4) ノ別証が得ラレル。 (抽象 (AL) 及ビ (AM)
空間ガ Banach 空間トシテ正則ノトキ有限次元ニナルトイ
フ定理)。

§4. F-束ト Banach 束

補題1. F-束ガ位相的對稱トナルヌウ ノルム = ヨリ
Banach 空間ニナルナラバ, ノルムヲ適當ニトルト Banach
束ニナル。

(証) F-束 X ガ ノルム $\|x\|$ デ Banach 空間ニナルト
スル。正數 $\delta_1 < \delta_2 < \delta_3$ ヲ $\|x\| \leq \delta_1 \rightarrow p(x) \leq \delta_2 \rightarrow \|x\| \leq \delta_3$
ガ常ニ成立ツヌウニトル。 $\|x\|_1 = l. u. b_{\|x'\| \leq \|x\|} \|x\|$
ハ ノルムトナリ $\|x\| \leq \|x\|_1 \leq \frac{\delta_3}{\delta_1} \|x\|$ 。故ニ $\|x\|_1 = \|x\|$ ヲヨリ X ハ
Banach 束ニナル。(証)

補題2. $K_b(K_b^-)$ 型 "正則" F-束ガ位相的對稱トナルヌ
ウ ノルムデ Banach 空間ニナルナラバ, ノルムヲ適當ニトルト
 $K(K^-)$ -空間ニナル。

(証) 前補題ヲ使ツテ。

証終

定理1. Banach 束ガ單位 e ヲモツ環束 (e ハ束的及
ビ環單位, $x \geq 0, y \geq 0$ ノトキ $xy \geq 0$) ノトキ任意ノ要
素ハ e = 閉レテ有界デ, ノルムヲ適當ニトルト $\|e\| = 1$,
 $\|xy\| \leq \|x\| \|y\|$ トラシメ得ル。且ツカナル ノルムハ單次的

ニ定マレ。

(註) xy 及 x 、 y (或ハ y 、 x) ノ函数ト考ヘル。

$\|x_n - x\| \rightarrow 0$ ノトキ x_n ハ x = 相對一様 (*) - 收斂、從テ $x_n y$ ハ xy = 相對一様 (*) - 收斂スル。故ニ $\|x_n y - xy\| \rightarrow 0$ 。コレカラ Dunford ノ定理、或ハモット直接ニハ Gelfand ノ方法ヲ $\|e\| = 1$ 、 $\|xy\| \leq \|x\| \|y\|$ ナル Banach 束ナル様ノルムガ定メラレル。 $\|x\| < 1$ ナル $x \geq 0$ ガ e = 關シテ有界ヲイヘバヨイ。 e 及 1 ナル様表現スルコトニヨリ、 x 率 e トスレバ $\|x^n\| < \|x\|^n \rightarrow 0$ ナルニモ拘ラズ、 $x^n \geq a > 0$ ナル a ノ存在ガ判ル。任意ノ x = 對シ $\|x\| = g. l. b. (\lambda; |x| \leq \lambda e)$ トスレバ $\|x\|$ 、 e $\|e\| = 1$ $\|xy\| \leq \|x\| \|y\|$ 、ヲ満足シ $\|x\| \leq \|x\|$ 、ガ成立ツ。アル x = 對シ $\|x\| < \|x\|$ 、トスレバ $x > 0$ 、 $\|x\| = 1$ トシテヨイ。 $\|x^n\| < \|x\|^n \rightarrow 0$ = 拘ラズ $\|x^n\| = 1$ トナリ矛盾ガ起ル。 証終

定理2. $K(K^-)$ - 空間ガ單位 e 及 モット環束ノトキ有限次元デアラフ。

(註) 前定理ノトヨリ定理3カラ。

証終

コレニヨリ S 空間、 (Δ) - 空間ハ Banach 空間ニナリトイコトガ判ル。(何者 Banach 空間ニナレバ補題2ニヨリ K - 空間トナレカラ定理2ニヨリ有限次元デナケレバナラヌ) 或ハコレヲスケ判定ヨリ来ル形ニスルナラバ

定理3. K_0 型 (K_0 型) 正則 K - 束ガノルムヲ適當ニトシテ Banach 空間ニナル條件ハ有限次元トナルコトデ

7ル。

(証) 補題2ト前定理カラ。

証終

§5. 其ノ他ノ簡單ナ注意

補題1. K -空間ガ單位 E ヲモットキ $\vee$ ノ共軛 Banach 束 E 單位ヲモツ。

(証) 略。

補題2. K -空間ノ共軛空間ガ單位ヲモットキ $\vee$ ノ K -空間ハノルムノツケカヘデ B_2 空間ニナル。

(証) F ヲ共軛空間ノ單位トスレバ新レイノルム $\|x\|_F$ ヲ $\|x\| + F(\|x\|)$ トスレバヨイ。

補題3. Banach 空間ガ Bochner 束ノトキ抽象 L -空間ニスルコトガ出来ル。

次ニ L 空間デハ non-trivial ナ連続線形汎函数ノ存在シナイ、コノコトヲ知ラレタ事實ヲ結論スルマデト束論的構成ヲマツテ見ル。

定理1. L ヲ K_0 型“正則”ベクトル束デ正規イデマルノ完全ブール代数ガ原子的要素ヲ含マズ且ツ $0 \leq x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n \leq \dots$ ニ對シ $\bigvee (x_n \wedge m\mu) = m\mu > 0$ ナル $\mu \in L$ ガ存在シナイトキニ限リ $\forall x_n \in L$ トスル。コノトキ non-trivial ナ (0) -連続線形汎函数ハ存在シナイ。

(証) F ヲ non-trivial ナ正線形汎函数トシマストキ

矛盾ノ起ルコトヲ示セバヨイ。正要素 e ヲ適當ニトレトシイ
 デマル $\alpha(e) = 0$ 於テ $F(|x|) = 0$ ノトキ $x = 0$ 且ツ $F(e) > 0$
 ナラシタルコトが出来る。故ニ $L = \alpha(e)$ トシテ論ジテ差支
 へナイ。 $\|x\| = F(|x|)$ ト定メルト定理ノ條件カラ L ハ K -空
 間ニナル。一方表現ノ通シヲ考ヘルト L ハ環束ニナル。§4 定
 理2ニヨリ矛盾が起ル。

終