



Title	淡中氏相對定理ノ証明ニ就テ
Author(s)	吉田, 耕作
Citation	全国紙上数学談話会. 1942, 246, p. 1591-1595
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75023
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

1091. 淡中氏相對定理 / 証明 = 就テ

吉 田 耕 作 (名大)

以下ヲ標記 / 定理 / 証明 = 對テル方法的 + 注意ト受取
イテ頂キタイ。

相互定理

G は $bicompact$ 群, $\mathcal{U}$ は G の連続, 既約, unitary + 表現, 互不同値でない組の完全系トスル. $\mathcal{R}$ は Fourier 多項式 $x(\delta)$:

$$x(\delta) = \sum_{ij} \alpha_{ij}^{(\eta)} u_{ij}^{(\eta)}(\delta), \quad (u_{ij}^{(\eta)}(\delta)) \in \mathcal{U}, \delta \in G$$

の全体トスル. $\mathcal{R}$ は複素数体 $\mathbb{C}$ を係数とし単位 e ($e(\delta) \equiv 1$) を有する環ヲ作ル. $\mathcal{T}$ は $\mathcal{R}$ から $\mathbb{C}$ へ linear + 準同型對應ヲ

$$(1) \quad \begin{cases} T \cdot e = 1 \\ T \cdot \overline{x} = \overline{(T \cdot x)} \end{cases} \quad (\text{bar は共軛複素数})$$

ヲ満足スル T の全体トスル. $\mathcal{T}$ が空集合でないことハ各 $\delta \in G$ が

$$(2) \quad T_\delta \cdot x = x(\delta), \quad x \in \mathcal{R}$$

ニヨッテ $T_\delta \in \mathcal{T}$ を定義スルコトヲ明カ.

Lemma $\mathcal{T}$ は G の部分群トスル群ヲ作ル.

証明 $T_1, T_2 \in \mathcal{T}$ の積 $T = T_1 T_2$ ヲ次ノ如クニ

定義スル.

$$T(\delta) = (u_{ij}(\delta)) \in \mathcal{U} \text{ トスルトキ}$$

$$(3) \quad T(u_{ij}) = \sum_k T_1(u_{ik}) T_2(u_{kj})$$

トオク. $u_{ij}(\delta)$ の一次独立性カラ, T は $\mathcal{R}$ の全体ニ linear = 拡張デキル. 拡張シタモノヲ同じク T デ表ハスト T は $\mathcal{T}$ に属スルコトハ明カ. 又 δ_0 は G の単位

$$i) \quad 1 = e(T) \in \mathcal{R}(\mathcal{T})$$

$$ii) \quad \text{任意 } \chi(T) \in \mathcal{R}(\mathcal{T}) \Rightarrow \text{對シ共軛複素函数} \\ \overline{\chi(T)} \in \mathcal{R}(\mathcal{T})$$

$$iii) \quad T_1 \neq T_2 \text{ ナラバ } \chi(T_1) \neq \chi(T_2) \text{ ナラバ如キ} \\ \chi(T) \in \mathcal{R}(\mathcal{T})$$

諸テ $\mathcal{T}$ -中ニ T_0 ナラバ如キ T_0 が存在シタトシテ矛盾ヲ
出ス。コノトキハ

(5) $\mathcal{T}$ デ $y(T) \geq 0$, 中デ $y(\Delta) = 0$, $y(T_0) = 1$
ナラバ如キ連續函数 $y(T)$ ナルトト任意ノ $\varepsilon > 0$ = 對シ上

カテ $\chi(\Delta) = \sum \alpha_{ij}^{(n)} u_{ij}^{(n)}(\Delta) \in \mathcal{R}$ が存在シテ

$$|y(T) - \sum \alpha_{ij}^{(n)} u_{ij}^{(n)}(T)| < \varepsilon \quad \text{on } \mathcal{T},$$

從ツテ特ニ

$$|y(\Delta) - \sum \alpha_{ij}^{(n)} u_{ij}^{(n)}(\Delta)| < \varepsilon$$

トデキル。 $u_{ii}^{(0)}(\Delta) = e(\Delta) \equiv 1$ トスルバ $u_{ii}^{(0)}(T) \equiv 1$, 從

ツテ mean 7 ト 1)

$$\left| \int_T (y(T)) - \alpha_{ii}^{(0)} \right| < \varepsilon, \quad \left| \int_\Delta (y(\Delta)) - \alpha_{ii}^{(0)} \right| < \varepsilon$$

之ハ $\int_\Delta (y(\Delta)) = 0$, $\int_T (y(T)) > 0$ = 矛盾ナル。

—— 以上 ——

尚コ、定理ノ証明ニ於テ Peter-Weyl ノ理論ハ
次ノ形デシカ使ツテオキ。第一ニ $\Delta \neq \Delta_0$ ナラバ

$U(\lambda) \neq U(\lambda_0)$ とル如キ表現 $U(\lambda) \in U_c$ ノ存在。第二ニ
 $\mathcal{R}$ ガ環ヲナスエト —— 之レニハ $\mathcal{A}$ テ、連續表現ガ
unitary 表現ト *equivalent* ナコトヲ $\mathcal{R}$ ヲ *unitary* ,
irreducible ナ表現ニ完全ニ分解スルエ
 トヲ使ツテ $\mathcal{R}$ ガ $\mathcal{A}$ デアル。第三ニ *invariant mean*
 ノ存在

淡中氏 $\times$ M. Krein, S. Bochner 等、証明デハ今
 少シ複雑(?) ナ $\mathcal{P}$ 、 $\mathcal{W}$ ノ理論ガ使ハレテキルヤナニ
 思フ。

鬼ニ角、角谷氏ノ所謂 *principle of duality*
 ノ一應用トシテコノ定理ヲ得タト思ツテ頂キタイ。