OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Riesz-Fischer ノ定理ニ就テ
Author(s)	中野, 秀五郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1943, 248, p. 20-22
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75029
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

1097 Riesz-Fischer ノ定理ニ就テ

中野秀五郎（東大）

私ガ學士院記事 18, (1942) 350－353ニテ Riesz-Fischer Satz im normierten teilweise geordneten Modul トイフ表題デ norm, アルσ-complete vector-lattice 即チ normierter teilweise geordneter Modul ニ於ケル norm ニ關スル Fundamental sequence ノ收斂性ニツイテ書キマシタ。此処デ其レニ關スル注意ヲ述ベタク思ヒマス。

先ヅ此ニ一關シテ次ノ二ツノ條件ヲ考ヘマス。

1) $a_1 \geqq a_2 \geqq \cdots\cdots$, $\lim_{\nu\to\infty} a_\nu = 0$ トラバ

$$\lim_{\nu\to\infty} \| a_\nu \| = 0$$

2) $0 \leqq a_1 \leqq a_2 \leqq \cdots\cdots$ ニテ $\sup_\nu \| a_\nu \| < \infty$ トラバ $a_\nu \leqq l$ $(\nu = 1, 2, \cdots\cdots)$ トナル l ガ存在スル。即チ $a_1, a_2, \cdots\cdots$ ハ有界。

定理ノトシテ、若シモ此ガ 1) ノ性質ヲ有スルトラバ、norm ニ關スル fundamental sequence ガ有界トラバ、コノ sequence カラ收斂（order ニテ）スル sequence ヲ選ビ出セマス。即チ Kantorovitch ノ語ヲ用フレバ、此ノ sequence ハ t-convergent

デアリマス。此ノ証明ハアマリ簡単デハアリマセンデシタ。此ノ定理ノカラ，於ガ 1) ト 2) トヲ同時ニ有スルナラバ於ガ norm ニ関シテ complete デアルコトヲ証明シマシタ。

以上ノヤウニ先ヅ 1) ノ性質ヲ有スル場合カラ，1) ト 2) ヲ同時ニ有スル場合ヘト考ヘヲ進メマシタノハ Lebesgue 積分ニテ、先ヅ banded measurable function ノ積分ヲ定義致シマスト、其ノ場合ニ相等シテ 1) ノ性質ガ出テ参リマス。次ニ unbounded function 積分可能ヲ定義スルコトニヨリ 2) ノ性質ガ出テ参リマス。

即チ L_p ヲ考ヘマスノニ Riemann 積分デハ 1) モ 2) モアリマセンガ、Lebesgue 積分ノ bounded function ヲ考ヘレバ 1) ガ得ラレ，unbounded function ノ積分可能ヲ定義スレバ 2) ガ得ラレルノデ、1) カラ 2) ヘノ順ニ考ヘマシタ。

然シ後ニナッテ気ガ付キマシタガ、逆ニ 2) カラ考ヘマスト Riesz-Fischer ノ定理ハ実ハ trivial ニ近イ程簡単ナモノデアルコトヲ此処ニ注意致シタク思ヒマス。即チ

[定理] 於ガ 2) ノ性質ヲ有スレバ norm ニ関スル fundamental sequence ハ t-convergent デアリマス。即チ convergent sequence ガ選ビ出セマス。

〔証明〕 $a_1, a_2, \cdots\cdots$ ヲ norm ニ関スル fundamental sequence トスルト

$$\| a_{n_\nu} - a_{n_{\nu-1}} \| < \frac{1}{2^\nu} \qquad (\nu = 1, 2, \cdots\cdots)$$

ナル partial sequence $a_{n_0}, a_{n_1}, a_{n_2}, \cdots\cdots$ ガ選ビ出セマス。然ルトキハ

$$\left\| |a_n| + \sum_{\nu=1}^{\nu} |a_{n_\nu} - a_{n_{\nu-1}}| \right\| \leqq |a_{n_0}| + 1$$

従ッテ2)ニヨリ $a_{n_0} + \sum_{\nu=1}^{\infty} (a_{n_\nu} - a_{n_{\nu-1}})$ ハ絶對收斂、故ニ $\lim_{\nu\to\infty} a_{n_\nu}$ ガ存在シマス。(H. Nakano: Teilweise geodnete Algebra 輯報參照)

此定理カラ 次ガ云ヒ 2) ヲ同時ニ有セバ norm ー関シ complete ナコトハ明カデアリマス。又以上カラ 2) ハ非常ニ強イ條件デアル樣ニ思ハレマス。

—— 1943, 1, 5 ——