



Title	3級パスノ空間 V_n ノ中ノ $V_{<n-1>}$ ニ就テ
Author(s)	朝長, 康郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1943, 250, p. 112-126
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75035
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

~~251~~ 3 級パスノ空間 ∇_n / 中 /

$$\nabla_{n-1} = \text{就} \tau$$

朝 長 康 郎 (東大學生)

§0. 3 級パスノ理論ハ数年前ニ本部均先生ガ研究
サレタ。^{H)} ソコデ今迄長カヲツノ超曲面ノ理論ヲ考ヘ
テ見ヨウ。

先ヅ、本部先生ニ随ッテ、射影的媒変数ヲ持ッテ 3
級パスノ空間 ∇_n / 構造ヲ決メル。基本的名ノコトヲ簡
單ニ説明スル。

$$(0.1) \quad T^\lambda = x^{(3)\lambda} + H^\lambda(x, x^{(1)}, x^{(2)}) = 0$$

アレ義サレタ 3 級パスガ、射影的媒変数ヲ持ツト云
フナラバ H^λ ハ次ノ條件ヲ満足シナケレバナラヌ。

$$(0.2) \quad a) \quad H_{(1)\nu}^\lambda x^{(1)\nu} + 2H_{(2)\nu}^\lambda x^{(2)\nu} = 3H^\lambda$$

$$b) \quad H_{(2)\lambda}^\lambda x^{(1)\nu} = -3x^{(2)\lambda}$$

(1) H. Idombu. Projektive Transformation eines
Systems der gewöhnlichen Differential-glei-
chungen dritter Ordnung.

帝國學士院記事 Vol. 13.

H. Idombu. Die projektive Theorie der
"Paths" 3-ter Ordnung $x^{(3)\lambda} + H^\lambda(x, x^{(1)}, x^{(2)}) = 0$

帝國學士院記事 Vol. 14

∇_μ / 基接續トシテ、決、ニツテ採ル。

$$(0.3) \quad a) \quad \delta x^{(1)\lambda} = dx^{(1)\lambda} + \frac{1}{3} H_{(2)\nu}^{\lambda} dx^{\nu}$$

$$b) \quad \delta x^{(2)\lambda} = dx^{(2)\lambda} + \frac{2}{3} H_{(2)\nu}^{\lambda} dx^{(1)\nu} + \frac{1}{3} H_{(1)\nu}^{\lambda} dx^{\nu}$$

普通、曲線 = 沿 γ 7 $\wedge \frac{\delta x^{(1)\lambda}}{dt} = 0$, $\wedge \gamma =$ 沿 γ

$$7 \wedge \frac{\delta x^{(2)\lambda}}{dt} = 0 \quad 7 \wedge \gamma \wedge.$$

∇_μ / γ エクトル / 共変微分 $\wedge$

$$(0.4) \quad \delta v^{\lambda} = dv^{\lambda} + \omega_{\mu}^{\lambda} v^{\mu}$$

$$\text{茲} = \quad \omega_{\mu}^{\lambda} = \Gamma_{(0) \alpha \nu}^{\lambda} dx^{\nu} + \Gamma_{(1) \mu \nu}^{\lambda} \delta x^{(1)\nu}$$

$$(0.5) \quad a) \quad \Gamma_{(0) \alpha \nu}^{\lambda} = \frac{1}{3} H_{(2)\mu(1)\nu}^{\lambda} - \frac{2}{9} H_{(2)\mu(2)\sigma}^{\lambda} H_{(2)\nu}^{\sigma}$$

$$b) \quad \Gamma_{(1) \mu \nu}^{\lambda} = \frac{2}{3} H_{(2)\mu(2)\nu}^{\lambda}$$

$7 \wedge \gamma \wedge \gamma$.

(0.4) $\wedge$ 決、採 = $\wedge$ 書 $\gamma \wedge$.

$$\delta v^{\lambda} = \nabla_{\nu}^{(0)} v^{\lambda} \cdot dx^{\nu} + \nabla_{\nu}^{(1)} v^{\lambda} \cdot \delta x^{(1)\nu} + \nabla_{\nu}^{(2)} v^{\lambda} \delta x^{(2)\nu}$$

茲 =

$$(0.6) \quad \nabla_{\nu}^{(0)} v^{\lambda} = \overline{\nabla}_{\nu}^{(0)} v^{\lambda} + \Gamma_{(0) \alpha \nu}^{\lambda} v^{\alpha}, \quad \nabla_{\nu}^{(1)} v^{\lambda} = \overline{\nabla}_{\nu}^{(1)} v^{\lambda} + \Gamma_{(0) \mu \nu}^{\lambda} v^{\mu}$$

$$\nabla_{\nu}^{(2)} v^{\lambda} = \overline{\nabla}_{\nu}^{(2)} v^{\lambda}$$

$$(0.7) \quad a) \quad \overline{\nabla}_\nu^{(2)} = \frac{\partial}{\partial x^\nu} - \frac{1}{3} H_{(2)\nu}^\mu \frac{\partial}{\partial x^{(1)\mu}} \\ - \left(\frac{1}{3} H_{(1)\nu}^\mu - \frac{2}{9} H_{(2)\sigma}^\mu H_{(2)\nu}^\sigma \right) \frac{\partial}{\partial x^{(2)\mu}}$$

$$b) \quad \overline{\nabla}_\nu^{(1)} = \frac{\partial}{\partial x^{(1)\nu}} - \frac{2}{3} H_{(2)\nu}^\mu \frac{\partial}{\partial x^{(2)\mu}}$$

$$c) \quad \overline{\nabla}_\nu^{(2)} = \frac{\partial}{\partial x^{(2)\nu}}$$

$\overline{\nabla}_\mu$ の曲率テンソル⁽¹⁾は v^λ を任意のベクトルとす

$$(0.8) \quad \delta \delta v^\lambda - \delta_1 \delta_2 v^\lambda = v^\mu \left[(R_{\mu\sigma\pi}^{\lambda(0)(0)} + \int_{(1)\mu\tau}^{\lambda} S_{\sigma\pi(1)}^{(0)(0)\tau}) \delta_1 x^\sigma \delta_2 x^\pi \right. \\ + R_{\mu\sigma\pi}^{\lambda(1)(1)} \delta x^{(1)\sigma} \delta_2 x^{(1)\pi} + R_{\mu\sigma\pi}^{\lambda(0)(1)} [\delta_1 x^\sigma \delta_2 x^{(1)\pi}] \\ \left. + R_{\mu\sigma\pi}^{\lambda(0)(2)} [\delta_1 x^\sigma \delta_2 x^{(2)\pi}] + R_{\mu\sigma\pi}^{\lambda(1)(2)} [\delta_1 x^{(1)\sigma} \delta_2 x^{(2)\pi}] \right]$$

、如き意味を有し、この形は次の通りである。

$$(0.9) \quad a) \quad R_{\mu\sigma\pi}^{\lambda(0)(0)} = \overline{\nabla}_{\pi(0)} \int_{(0)\mu\tau}^{\lambda} - \overline{\nabla}_{\sigma(0)} \int_{(0)\mu\pi}^{\lambda} + \int_{(0)\mu\sigma}^{\lambda} \int_{(0)\tau\pi}^{\lambda} - \int_{(0)\mu\pi}^{\lambda} \int_{(0)\tau\sigma}^{\lambda}$$

$$b) \quad R_{\mu\sigma\pi}^{\lambda(1)(0)} = \overline{\nabla}_{\pi(1)} \int_{(1)\mu\sigma}^{\lambda} - \overline{\nabla}_{\sigma(1)} \int_{(1)\mu\pi}^{\lambda} + \int_{(1)\mu\sigma}^{\lambda} \int_{(1)\tau\pi}^{\lambda} \\ - \int_{(1)\mu\pi}^{\lambda} \int_{(1)\tau\sigma}^{\lambda}$$

(1) 曲率テンソルは全然張量が附加へておられる。

$$c) R_{\mu\sigma\pi}^{\lambda(0)(1)} = \overline{\nabla}_{\pi}^{(1)} \Gamma_{(0)\mu\sigma}^{\lambda} - \overline{\nabla}_{\sigma}^{(0)} \Gamma_{(1)\mu\pi}^{\lambda} - \Gamma_{\varepsilon\sigma}^{\lambda} \Gamma_{(0)\mu\pi}^{\varepsilon} \\ + \Gamma_{\varepsilon\pi}^{\lambda} \Gamma_{(0)\mu\sigma}^{\varepsilon} + \Gamma_{\mu\varepsilon}^{\lambda} \Gamma_{(0)\sigma\pi}^{\varepsilon}$$

$$d) R_{\mu\sigma\pi}^{\lambda(0)(2)} = \overline{\nabla}_{\pi}^{(2)} \Gamma_{(0)\mu\sigma}^{\lambda} + \frac{1}{3} \Gamma_{(1)\mu\pi}^{\lambda} \overline{\nabla}_{\pi}^{(2)} H_{(2)\sigma}^{\pi}$$

$$e) R_{\mu\sigma\pi}^{\lambda(1)(2)} = \overline{\nabla}_{\pi}^{(2)} \Gamma_{(1)\mu\sigma}^{\lambda}$$

交換率テンソル⁽²⁾ハ次ノヤシナ意味ヲ持ツ。

(0.10)

$$a) \delta_2 \delta_1 x^{\lambda} - \delta_1 \delta_2 x^{\lambda} = \int_{\mu\sigma(0)}^{(0)(0)\lambda} dx^{\mu} \delta_2 x^{\sigma} \\ + \int_{\mu\sigma(0)}^{(0)(1)\lambda} \left[dx^{\mu} \delta_2 x^{(1)\sigma} \right]$$

$$b) \delta_2 \delta_1 x^{(1)\lambda} - \delta_1 \delta_2 x^{(1)\lambda} = \int_{\mu\sigma(1)}^{(0)(0)\lambda} dx^{\mu} \delta_2 x^{\sigma} \\ + \int_{\mu\sigma(1)}^{(0)(2)\lambda} \left[dx^{\mu} \delta_2 x^{(2)\sigma} \right] + \int_{\mu\sigma(1)}^{(0)(1)\lambda} \left[dx^{\mu} \delta_2 x^{(1)\sigma} \right]$$

$$c) \delta_2 \delta_1 x^{(2)\lambda} - \delta_1 \delta_2 x^{(2)\lambda} = \int_{\mu\sigma(2)}^{(0)(0)\lambda} dx^{\mu} \delta_2 x^{\sigma} \\ + \int_{\mu\sigma(2)}^{(1)(1)\lambda} \delta_1 x^{(1)\mu} \delta_2 x^{(1)\sigma} + \int_{\mu\sigma(2)}^{(0)(1)\lambda} \left[dx^{\mu} \delta_2 x^{(1)\sigma} \right]$$

$$a) \int_{\mu\sigma(0)}^{(0)(0)\lambda} = \Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda} - \Gamma_{\sigma\mu}^{\lambda}$$

(2) 換率テンソルハ全部、本部先主ノアタヘラレタモノノ2倍トシテアル。

$$b) S_{\mu\sigma(0)}^{(0)(1)\lambda} = \frac{k}{1} \Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda}$$

$$c) S_{\mu\sigma(1)}^{(0)(0)\lambda} = \frac{1}{3} \overline{\nabla}_{\sigma}^{(0)} H_{(2)\mu}^{\lambda} - \frac{1}{3} \overline{\nabla}_{\mu}^{(0)} H_{(2)\sigma}^{\lambda}$$

$$d) S_{\mu\sigma(1)}^{(0)(2)\lambda} = \frac{1}{2} \frac{k}{1} \Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda}$$

$$e) S_{\mu\sigma(2)}^{(0)(0)\lambda} = \frac{1}{3} \overline{\nabla}_{\sigma}^{(0)} H_{(1)\mu}^{\lambda} - \frac{2}{9} \left(\overline{\nabla}_{\mu}^{(0)} H_{(2)\pi}^{\lambda} \right) \cdot H_{(2)\sigma}^{\pi} \\ - \frac{1}{3} \overline{\nabla}_{\mu}^{(0)} H_{(1)\sigma}^{\lambda} + \frac{2}{9} \left(\overline{\nabla}_{\sigma}^{(2)} H_{(2)\pi}^{\lambda} \right) H_{(2)\mu}^{\pi}$$

$$f) S_{\mu\sigma(2)}^{(1)(1)\lambda} = S_{\mu\sigma(0)}^{(0)(0)\lambda}$$

$$g) S_{\mu\sigma(2)}^{(0)(1)\lambda} = \frac{1}{3} \overline{\nabla}_{\sigma}^{(1)} H_{(1)\mu}^{\lambda} - \frac{2}{3} \overline{\nabla}_{\mu}^{(0)} H_{(2)\sigma}^{\lambda} - \frac{2}{9} H_{(2)\mu}^{\pi} \overline{\nabla}_{\sigma}^{(1)} H_{(2)\pi}^{\lambda}$$

$$h) S_{\mu\sigma(1)}^{(0)(1)\lambda} = S_{\mu\sigma(0)}^{(0)(0)\lambda}$$

§1. ∇_n / 中 / 超曲面 ∇_{n-1} / 方程式ヲ

$$x^{\lambda} = x^{\lambda}(y, y^{\dot{1}}, y^{\dot{2}}, \dots, y^{n-1})$$

トスルトキ、此、 ∇_{n-1} / 上 / 與ヘラレタ3級パス (矢張り射影的媒変数ヲ持ツ)

$$T^i = y^{(3)i} + H^i(y, y^{(1)}, y^{(2)}) = 0$$

$$(i = \dot{1}, \dot{2}, \dots, n-1)$$

、 H^i カラ全ク ∇_n / トキト全様ニ媒變ノ量ヲ決メル。

組シ, ギリシ文字ハ V_n = 開スル index =, ラテン字ハ V_{n-1} = 開スル index = 用ヒルコトニスル。今

$$(4.1) \quad J^\lambda = H^\lambda - \xi_i^\lambda H^i + 3 \xi_{jk}^\lambda y^{(2)i} y^{(1)j} y^{(1)k} \\ + \xi_{jkh}^\lambda y^{(1)i} y^{(1)j} y^{(1)k} y^{(1)h}$$

ト置フト

$$\left(\xi_i^\lambda = \frac{\partial x^\lambda}{\partial y^i}, \quad \xi_{jk}^\lambda = \frac{\partial^2 x^\lambda}{\partial y^j \partial y^k}, \quad \xi_{jkh}^\lambda = \frac{\partial^3 x^\lambda}{\partial y^j \partial y^k \partial y^h} \right)$$

J^λ ハ V_n , ヲエクトルヲ V_{n-1} , scalar ト + 11。
假定 = 3 11

$$(4.2) \quad a) \quad J_{(1)S}^\lambda y^{(1)S} + 2 J_{(2)S}^\lambda y^{(2)S} = 3 J^\lambda$$

$$b) \quad J_{(2)S}^\lambda y^{(1)S} = 0$$

デ + 4 レバ + 1 + 1, (4.1) カテ得ラレ 11。

$$(4.3) \quad a) \quad J_{(1)S}^\lambda = H_{(1)S}^\lambda \xi_{iS}^\nu + 2 H_{(2)S}^\lambda \xi_{iS}^\nu y^{(1)i} \\ - \xi_i^\lambda H_{(1)S}^i + 3 \xi_{iS}^\lambda y^{(2)i} + 3 \xi_{ijk}^\lambda y^{(1)j} y^{(1)k}$$

$$b) \quad J_{(2)S}^\lambda = H_{(2)S}^\lambda \xi_{iS}^\nu - \xi_i^\lambda H_{(2)S}^i \\ + 3 \xi_{iS}^\lambda y^{(1)i}$$

ヲ利用スレバ V_n , 量重 = 計シテ

$$(1.4) \quad a) \quad \overline{\nabla}_\lambda \Phi = \xi_\lambda^\lambda \overline{\nabla}_\lambda^{(0)} \Phi + \frac{1}{3} \mathcal{J}_{(2)\lambda}^\lambda \overline{\nabla}_\lambda^{(1)} \Phi \\ + \frac{1}{3} (\overline{\nabla}_\lambda^{(1)} \mathcal{J}^\lambda) \overline{\nabla}_\lambda^{(2)} \Phi$$

$$b) \quad \overline{\nabla}_\lambda^{(1)} \Phi = \xi_\lambda^\lambda \overline{\nabla}_\lambda^{(1)} \Phi + \frac{2}{3} \mathcal{J}_{(2)\lambda}^\lambda \overline{\nabla}_\lambda^{(2)} \Phi$$

$$c) \quad \overline{\nabla}_\lambda^{(2)} \Phi = \xi_\lambda^\lambda \overline{\nabla}_\lambda^{(2)} \Phi$$

1) 如キ關係カ有ル。

$$\text{又 } \nabla_{n-1} = \text{属スル } \mathcal{O}^{(1)\lambda}, \mathcal{O}^{(2)\lambda} \text{ 即チ}$$

$$x^{(1)\lambda} = \xi_i^\lambda y^{(1)i}, \quad x^{(2)\lambda} = \xi_i^\lambda y^{(2)i} + \xi_{ij}^\lambda y^{(1)i} y^{(1)j}$$

ヲ用ヒタトキハ

$$(1.5) \quad a) \quad \delta x^{(1)\lambda} = \xi_i^\lambda \delta y^{(1)i} + \frac{1}{3} \mathcal{J}_{(2)i}^\lambda d y^i$$

$$b) \quad \delta x^{(2)\lambda} = \xi_i^\lambda \delta y^{(2)i} + \frac{2}{3} \mathcal{J}_{(2)i}^\lambda \delta y^{(1)i} + \frac{1}{3} (\overline{\nabla}_j^{(1)} \mathcal{J}^\lambda) d y^j$$

カ成立スルカラ、 $\delta \xi_j^\lambda$ ヲ計算スルベシ

$$(1.6) \quad \delta \xi_j^\lambda = F_{jk}^\lambda d y^k + \frac{2}{3} \mathcal{J}_{(2)j(2)k}^\lambda \delta y^{(1)k}$$

$$(1.7) \quad F_{jk}^\lambda = \xi_{jk}^\lambda + \frac{\kappa^\lambda}{\Gamma_{(0)}^{\mu\nu}} \xi_j^\mu \xi_{,k}^\nu - \xi_i^\lambda \frac{\kappa^i}{\Gamma_{(0)}^j k} \\ + \frac{1}{3} \frac{\kappa^\lambda}{\Gamma_{(1)}^{\mu\nu}} \xi_{,j}^\nu \mathcal{J}_{(2)k}^\lambda$$

$$(1.8) \quad \frac{2}{3} \mathcal{J}_{(2)j(2)k}^\lambda = \frac{\kappa^\lambda}{\Gamma_{(1)}^{\mu\nu}} \xi_j^\mu \xi_{,k}^\nu - \xi_i^\lambda \frac{\kappa^i}{\Gamma_{(1)}^j k}$$

1如キ關係が生ズル。

(1.3) ト (1.4) カラ

$$(1.9) \quad F_{jk}^{\lambda} = \frac{1}{3} \nabla_k^{(1)} J_{(2)j}^{\lambda}$$

ト + ルコトが直ガ分ル。(1.6)ヨリ

∇_{n-1} = 切スルヴェクトル $v^{\lambda} = \xi_i^{\lambda} v^i$ 7 ∇_{n-1} = 沿
ツテ共変微分スレバ

$$(1.10) \quad \delta v^{\lambda} = \xi_i^{\lambda} \delta v^i + v^j (F_{jk}^{\lambda} \delta y^k + \frac{2}{3} J_{(2)j(2)k}^{\lambda} \delta y^{(1)k})$$

コノテ、到ル所 $J^{\lambda} = 0$ 、如キ ∇_{n-1} 7 totally geodesic - ∇_{n-1} ト名付ケルヲラバ (1.1) 7 書き直シ
テ得ラレル。

$$J^{\lambda} = T^{\lambda} - \xi_i^{\lambda} T^i$$

ヨリ, totally geodesic ∇_{n-1} デハ、 ∇_{n-1} ノパスハ
必ズ ∇_n ノパストナツテキルコトが分ル。次 = 到ル所 $J_{(2)k}^{\lambda}$
= 0、如キ ∇_{n-1} 7 semi-geodesic ∇_{n-1} ト呼バ
コトニスレバ、(1.9) (1.2) ヨリ コノ ∇_{n-1} ハ次ノ性質
ヲ有ス。

$$a) \quad \delta \xi_j^{\lambda} = 0$$

$$b) \quad J^{\lambda} \text{ が } x^{(1)i}, \equiv \text{次ノ全次式}$$

即チ、semi-geodesic ∇_{n-1} ハ、ソレ = 切スルヴェ
クトル v^{λ} 7 ∇_n ノ意味デ ∇_{n-1} = 沿ツテ平行 = 移動スレバ

$\nabla_{\mu-1}$ デモ平行ニ移動スル。 ト云フ特徴ヲ持ツ。モトニ帰

ツテ

(1.7) (1.8) ヨリ 直チニ

$$(1.11) \quad \xi_j^\mu W_\mu^\lambda = \xi_i^\lambda W_{j'}^i - \xi_{jk}^\lambda dy^k + F_{jk}^\lambda dy^k \\ + \frac{2}{3} J_{(2)j'(2)k}^\lambda \delta y^{(1)k}$$

ヲ得ル。

§2. (1.11)ノ積分可能條件ヲ求メルニハ (1.6) (1.10)

ヲ利用シテ

$$v^\lambda = \xi_j^\lambda v^j$$

ト注意シ、 $v^\lambda =$ 對シテ $\delta_2 \delta_1 v^\lambda - \delta_1 \delta_2 v^\lambda$ ヲ計算シタカヨ

フ。即チ出テ來ル條件ハ次ノ如シ。

(2.1)

$$a) \quad R_{\mu\sigma\pi}^{\lambda(0)(0)} \xi_j^\mu \xi_{j'}^\sigma \xi_k^\pi + \frac{1}{9} R_{\mu\sigma\pi}^{\lambda(1)(1)} J_{(2)k}^\sigma J_{(2)k}^\pi \xi_j^\mu \\ + \frac{1}{3} R_{\mu\sigma\pi}^{\lambda(0)(1)} \xi_j^\mu \left(\xi_{j'}^\sigma J_{(2)k}^\pi \xi_{j''}^\sigma J_{(2)k}^\pi \right) \\ + \frac{1}{3} R_{\mu\sigma\pi}^{\lambda(0)(2)} \xi_j^\mu \left[\xi_{j'}^\sigma (\overline{\nabla}_k^{(1)} J^\pi) - \xi_{j''}^\sigma (\overline{\nabla}_k^{(1)} J^\pi) \right] \\ + \frac{1}{9} R_{\mu\sigma\pi}^{\lambda(1)(2)} \xi_j^\mu \left[J_{(2)k}^\sigma (\overline{\nabla}_k^{(1)} J^\pi) - J_{(2)k}^\sigma (\overline{\nabla}_k^{(1)} J^\pi) \right] \\ = \xi_i^\lambda R_{j'k'h}^{\lambda(0)(0)} + \nabla_h^{(0)} F_{j'k}^{\lambda(1)} - \nabla_k^{(0)} F_{j'h}^{\lambda(1)} \\ + F_{ja}^\lambda S_{kh(0)}^{(0)(0)a} + \frac{2}{3} J_{(2)j'(2)a}^\lambda S_{kh(1)}^{(0)(0)a}$$

脚註(1) 次頁へ

$$\frac{\kappa}{\lambda} = R_{\mu\sigma\pi}^{\lambda(0)(0)} = R_{\mu\sigma\pi}^{\lambda(0)(0)} + \Gamma_{\mu\tau}^{\lambda(1)} S_{\sigma\pi(1)}^{(0)(0)\tau}$$

$$\begin{aligned} b) R_{\mu\sigma\pi}^{\lambda(1)(1)} \xi_j^\mu \xi_k^\sigma \xi_h^\pi \\ + \frac{2}{3} (R_{\mu\sigma\pi}^{\lambda(1)(2)} \xi_k^\sigma \mathcal{J}_{(2)h}^\pi - R_{\mu\sigma\pi}^{\lambda(1)(2)} \xi_h^\sigma \mathcal{J}_{(2)k}^\pi) \xi_j^\mu \\ = \xi_i^\lambda R_{jk}^{\lambda(1)(1)} + \frac{2}{3} (\nabla_h^{(1)} \mathcal{J}_{(2)j(2)k}^\lambda - \nabla_k^{(1)} \mathcal{J}_{(2)j(2)h}^\lambda) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) R_{\mu\sigma\pi}^{\lambda(0)(1)} \xi_j^\mu \xi_k^\sigma \xi_h^\pi + \frac{1}{3} R_{\mu\sigma\pi}^{\lambda(1)(1)} \xi_j^\mu \mathcal{J}_{(2)k}^\sigma \xi_h^\pi \\ + \frac{2}{3} R_{\mu\sigma\pi}^{\lambda(0)(2)} \xi_j^\mu \xi_k^\sigma \mathcal{J}_{(2)h}^\pi \\ - \frac{1}{3} R_{\mu\sigma\pi}^{\lambda(1)(2)} \xi_j^\mu \xi_h^\sigma (\nabla_k^{(1)} \mathcal{J}_{(2)j}^\pi) \\ + \frac{2}{9} R_{\mu\sigma\pi}^{\lambda(1)(2)} \mathcal{J}_{(1)k}^\sigma \mathcal{J}_{(2)h}^\pi \xi_j^\mu \\ = \xi_i^\lambda R_{jk}^{\lambda(0)(1)} + \nabla_h^{(1)} F_{jk}^\lambda - \frac{2}{3} \nabla_k^{(0)} \mathcal{J}_{(2)j(2)h}^\lambda \\ + F_{ja}^\lambda S_{kh(0)}^{(0)(1)a} + \frac{2}{3} \mathcal{J}_{(2)j(2)a}^\lambda S_{kh(1)}^{(0)(1)a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d) R_{\mu\sigma\pi}^{\lambda(0)(2)} \xi_j^\mu \xi_k^\sigma \xi_h^\pi + \frac{1}{3} R_{\mu\sigma\pi}^{\lambda(1)(2)} \xi_j^\mu \mathcal{J}_{(2)k}^\sigma \xi_h^\pi \\ = \xi_i^\lambda R_{jk}^{\lambda(0)(2)} + \nabla_h^{(2)} F_{jk}^\lambda \\ + \frac{2}{3} \mathcal{J}_{(2)j(2)a}^\lambda S_{kh(1)}^{(0)(2)a} \end{aligned}$$

附录

$$dF_{jk}^\lambda + W_k^\lambda F_{jk}^\mu - W_j^\mu F_{ak}^\lambda - W_k^\mu F_{ja}^\lambda$$

$$\nabla_h^{(0)} F_{jk}^\lambda \delta y^h + \nabla_h^{(1)} F_{jk}^\lambda \delta y^{(1)h} + \nabla_h^{(2)} F_{jk}^\lambda \delta y^{(2)h}$$

又、(1.5)ノ積分可能條件ハ次ノ通りデアル。

(2, 2)

$$a) \sum_{\mu\sigma(0)}^{(0)(0)\lambda} \sum_j^{\mu} \sum_k^{\sigma} + \frac{1}{3} \left(\sum_{\mu\sigma(0)}^{(0)(1)\lambda} \sum_j^{\mu} \mathcal{J}_{(2)k}^{\sigma} - \sum_{\mu\sigma(0)}^{(0)(1)\lambda} \sum_k^{\mu} \mathcal{J}_{(2)j}^{\sigma} \right) \\ = \sum_i^{\lambda} S_{jk(0)}^{(0)(0)i} + \overline{F}_{jk}^{\lambda} - \overline{F}_{kj}^{\lambda}$$

$$b) \sum_{\mu\sigma(0)}^{(0)(1)\lambda} \sum_j^{\mu} \sum_k^{\sigma} = \sum_i^{\lambda} S_{jk(0)}^{(0)(1)i} + \frac{2}{3} \mathcal{J}_{(2)j(2)k}^{\lambda}$$

$$c) \sum_{\mu\sigma(1)}^{(0)(0)\lambda} \sum_j^{\mu} \sum_k^{\sigma} + \frac{1}{3} \sum_{\mu\sigma(1)}^{(0)(1)\lambda} \sum_j^{\mu} \mathcal{J}_{(2)k}^{\sigma} \\ - \frac{1}{3} \sum_{\mu\sigma(1)}^{(0)(1)\lambda} \sum_k^{\mu} \mathcal{J}_{(2)j}^{\sigma} - \frac{1}{3} \sum_{\mu\sigma(1)}^{(0)(2)\lambda} \sum_k^{\mu} \overline{\nabla}_j^{(1)} \mathcal{J}^{\sigma} \\ + \frac{1}{3} \sum_{\mu\sigma(1)}^{(0)(2)\lambda} \sum_j^{\mu} \overline{\nabla}_k^{(1)} \mathcal{J}^{\sigma} = \sum_i^{\lambda} S_{jk(1)}^{(0)(0)i} \\ + \frac{1}{3} \mathcal{J}_{(2)i}^{\lambda} S_{jk(0)}^{(0)(0)i} + \frac{1}{3} \overline{\nabla}_k^{(0)} \mathcal{J}_{(2)j}^{\lambda} - \frac{1}{3} \overline{\nabla}_j^{(0)} \mathcal{J}_{(2)k}^{\lambda}$$

$$d) \sum_{\mu\sigma(2)}^{(0)(0)\lambda} \sum_j^{\mu} \sum_k^{\sigma} + \frac{1}{3} \sum_{\mu\sigma(2)}^{(0)(1)\lambda} \sum_j^{\mu} \mathcal{J}_{(2)k}^{\sigma} \\ - \frac{1}{3} \sum_{\mu\sigma(2)}^{(0)(1)\lambda} \sum_k^{\mu} \mathcal{J}_{(2)j}^{\sigma} + \frac{1}{9} \sum_{\mu\sigma(2)}^{(1)(1)\lambda} \mathcal{J}_{(2)j}^{\mu} \mathcal{J}_{(2)k}^{\sigma} \\ = \sum_i^{\lambda} S_{jk(2)}^{(0)(0)i} + \frac{2}{3} \mathcal{J}_{(2)i}^{\lambda} S_{jk(1)}^{(0)(0)i} + \frac{1}{3} (\overline{\nabla}_i^{(1)} \mathcal{J}^{\lambda}) S_{jk(0)}^{(0)(0)i} \\ + \frac{1}{3} \overline{\nabla}_k^{(0)} \overline{\nabla}_j^{(1)} \mathcal{J}^{\lambda} - \frac{1}{3} \overline{\nabla}_j^{(0)} \overline{\nabla}_k^{(1)} \mathcal{J}^{\lambda}$$

$$e) \int_{\mu\sigma(2)}^{(0)(1)\lambda} \xi_j^\mu \xi_k^\sigma + \frac{1}{3} \int_{\mu\sigma(2)}^{(1)(1)\lambda} \gamma_{(2)j}^\mu \xi_k^\sigma$$

$$- \frac{1}{3} \int_{\mu\sigma(2)}^{(1)(1)\lambda} \gamma_{(2)k}^\mu \xi_j^\sigma = \xi_i^\lambda \int_{jk(2)}^{(0)(1)\lambda} - \frac{2}{3} \nabla_{\bar{j}}^{(0)} \gamma_{(2)k}^\lambda$$

$$+ \frac{2}{3} \gamma_{(2)i}^\lambda \int_{jk(2)}^{(0)(1)\lambda} + \frac{1}{3} \nabla_k^{(1)} \overline{\nabla_j^{(1)}} \gamma^\lambda + \frac{1}{3} (\overline{\nabla_i^{(1)}} \gamma^\lambda) \int_{jk(0)}^{(0)(1)\lambda}$$

コ、デ (2.1), (2.2) , 諸式, 意味ヲ考ヘテケレバトラス。先
 $\psi(0.8)$ ヲ見レバ

$$\delta x^{(1)\lambda} = 0, \delta x^{(2)\lambda} = 0 \text{ , 条件, 下 = 恒 =}$$

$$\delta \delta_1 v^\lambda - \delta \delta_2 v^\lambda = 0 \text{ ト + ルタタ = } \wedge R_{\mu\sigma\pi}^{\lambda(0)(0)} = 0 \text{ が必要充}$$

命。

$$\delta x^{(1)\lambda} = 0, \delta x^{(2)\lambda} = 0 \text{ , 条件, 下 = 恒 =}$$

$$\delta \delta_1 v^\lambda - \delta \delta_2 v^\lambda = 0 \text{ ト + ルタタ = } \wedge R_{\mu\sigma\pi}^{\lambda(1)(1)} = 0 \text{ が必要充}$$

命。

デヲルカラ

$$\left. \begin{aligned} R_{\mu\sigma\pi}^{\lambda(0)(0)} &= 0 \text{ , } \forall \psi + \nabla_n \neq 0 \text{ - flat } + \nabla_n \\ R_{\mu\sigma\pi}^{\lambda(1)(1)} &= 0 \text{ " I-flat " } \end{aligned} \right\}$$

ト名付ケヤウ。

$$\lambda(0.10) \text{ ヲ見ル =}$$

$$a) \delta x^{(1)\sigma} = 0 \text{ トシテ恒 = } \delta \delta_{21} x^\lambda - \delta \delta_{12} x^\lambda = 0 \text{ ト}$$

$\text{tr} \chi = \wedge \int_{\mu \sigma (0)}^{(0)(0)\lambda} = 0$ が必要充分。

$$b) \delta x^{(2)\sigma} = 0 \text{ と } \text{tr} \chi \text{ 恒} = \delta_2 \delta_1 x^{(1)\lambda} - \delta_1 \delta_2 x^{(1)\lambda} = 0 \text{ と } \text{tr}$$

$\chi = \wedge \int_{\mu \sigma (1)}^{(0)(0)\lambda} = 0, \int_{\mu \sigma (1)}^{(0)(1)\lambda} = 0$ が必要充分。

$$c) \delta x^{(1)\sigma} = 0 \text{ と } \text{tr} \chi \text{ 恒} = \delta_2 \delta_1 x^{(2)\lambda} - \delta_1 \delta_2 x^{(2)\lambda} = 0 \text{ と } \text{tr}$$

$\text{tr} \chi = \wedge \int_{\mu \sigma (2)}^{(0)(0)\lambda} = 0$ が必要充分。

$$c) \delta x^\sigma = 0 \text{ と } \text{tr} \chi \text{ 恒} = \delta_2 \delta_1 x^{(2)\lambda} - \delta_1 \delta_2 x^{(2)\lambda} = 0 \text{ と } \text{tr}$$

$\text{tr} \chi = \wedge \int_{\mu \sigma (2)}^{(1)(1)\lambda} = 0$ が必要充分。

$$\text{すなわち、} \int_{\mu \sigma (1)}^{(0)(1)\lambda} = \int_{\mu \sigma (2)}^{(1)(1)\lambda} = \int_{\mu \sigma (0)}^{(0)(0)\lambda} \text{ と } \text{tr} \chi \text{ は、3通り}$$

で分類される。

$$\left\{ \begin{array}{l} 0\text{-symmetric} \cdots \cdots \int_{\mu \sigma (0)}^{(0)(0)\lambda} = 0 \\ I\text{-symmetric} \cdots \cdots \int_{\mu \sigma (1)}^{(0)(0)\lambda} = 0 \\ 2\text{-symmetric} \cdots \cdots \int_{\mu \sigma (2)}^{(0)(0)\lambda} = 0 \end{array} \right.$$

$$\text{尤も } R_{\tau \mu \sigma}^{\lambda(0)(0)} x^{(1)\tau} = \int_{\mu \sigma (1)}^{(0)(0)\lambda} \left(\int_{\mu \sigma (0)}^{(0)(0)\lambda} \right)_{(2)} \subset \frac{1}{2} R_{\tau \mu \sigma}^{\lambda(1)(1)}$$

1 如き関係がある。

$$\left. \begin{array}{l} 0\text{-flat} \longrightarrow I\text{-symm} \\ 0\text{-symm} \longrightarrow I\text{-flat} \end{array} \right\}$$

とルコトが余る。ソコデ

(2.1.a) $\exists$ 1)

(A) 0-flat + V_n 中, totally geodesic V_{n-1} は
 $\times$ 0-flat

(2.1.b) $\exists$ 1)

(B) I-flat + V_n 中, semi-geodesic V_{n-1} は
 $\times$ I-flat

(2.2.a) $\exists$ 1)

(C) 0-symm. + V_n 中, semi-geodesic V_{n-1} は
 $\times$ 0-symm

(2.2.c) $\exists$ 1)

(D) I-symm. + V_n 中, totally geodesic V_{n-1} は
 $\times$ I-symm

、マウナコトが見エル。(A)カテ(D)が、(C)カテ(B)が直
接=出ル。

$\times$ (2.2.d) $\exists$ 1)

(E) 2-symm. + V_n 中, totally geodesic V_{n-1} は
 $\times$ 2-symm

ナルコトが知レル。

残サレタ問題ハ V_{n-1} ノパスヲ、如何ニシテ決定ス
ルカト云フコトデアルガ、コレハ飛ハ機會=廻レテ、今
ハ只コレダケテシテ置ク

終リ=自分勝手ナ、名称ヤ定義ヲ用ヒタ所ガ少クナ
イデ此ノ点本部先生ニ御奇シヲ乞フ次第デアル。 $\times$ 、矢野

横太郎先生、御指導ヲ感謝致シマス。

(昭和 18 年 1 月 24 日)