OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

| | |
|---|---|
| Title | 外測度ノ定義ニ就テ |
| Author(s) | 安倍, 亮 |
| Citation | 全国紙上数学談話会. 1943, 250, p. 147-149 |
| Version Type | VoR |
| URL | https://doi.org/10.18910/75037 |
| rights | |
| Note | |

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

1105

# ~~253~~ 外測度ノ定義ニ就テ

安倍　亮

集合 $\Omega$ ノスベテノ部分集合 $X$ ニ對シテ定義サレタ実函數 $\Gamma(X) \geqq 0$ ニガ Carathéodory ノ意味ノ外測度デアルコトハ，Saks. Theory of Integrals, P. 43 ニ依レバ，$\Gamma$ ガ

$(C_1)$ $X \subset Y$ ナラバ $\Gamma(X) \leqq \Gamma(Y)$

$(C_2)$ $\Gamma\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} X_n\right) \leqq \sum_{n=1}^{\infty} \Gamma(X_n)$

ヲ満足スルコトヲ知ッテ居マス。之カラ周知ノ如ク，$E \subset \Omega$ ガ可測デアルトハ

(M) 任意ノ $X \subset \Omega$ ニ對シ，

$$\Gamma(X) = \Gamma(X \cap E) + \Gamma(X \cap E^c)$$

ナルコトヲ定義サレ，可測集合ノ全体 $\mathcal{L}_\Gamma$ ハ

(1) $E \in \mathcal{L}_\Gamma \rightarrow E^c \in \mathcal{L}_\Gamma$

(2) $E_n \in \mathcal{L}_\Gamma$, $n = 1, 2, \cdots\cdots \rightarrow \bigcup_{n=1}^{\infty} E_n$, $\bigcap_{n=1}^{\infty} E_n \in \mathcal{L}_\Gamma$

ヲ満足スルコトガ証明サレマス。然シ可測集合ナルモノハ果シテ存在スルカト云フニ，$\Gamma(E) = 0$ ナル $E$ ハ可測ナコトヲスガ云ヘマス。Saks P. 44 ニハ，「$\Gamma(E) = 0$ ナル集合（特ニ空集合）ハ可測」ト書イテアリマス。然シ空集合 $\theta$ ニ對シ $\Gamma(\theta) = 0$ カドウカ，スガニハ分ラナイノデ，

正誤表ニハ「空集合又ハ $\Gamma(E)=0$ ナル $E$ ハ可測」ト訂正シテアリマス。尤モ $\theta$ が可測ナラ，(M) ニ於テ $E=\theta$ トオキ $\Gamma(X)=\Gamma(\theta)+\Gamma(X)$，$\therefore$ $\Gamma(\theta)=0$ ハ当然出ル等デス。

然ラバ，$(C_1)$，$(C_2)$ カラ実際 $\theta$ が可測，従ッテ $\Gamma(\theta)=0$ ナルコトが出ルカト云フニ，ソレが出ナイコトハ次ノ *trivial* ナ反例デ直ガ分リマス。（即チ *Saks* ノ訂正ノ方モ誤リデス）．

$\Omega$ ヲ有限集合，$\Gamma(X)$ ヲ $X$ ノ元ノ個数トスレバ，$(C_1)$，$(C_2)$ ヲ満足スルコトハ明ラカデスガ，個数ナノトシテモ $(C_1)$ ハ勿論，$(C_2)$ モ満足スルコトハ明カデス。然レニ $\Gamma(\theta)=1$．此ノ時ハ可測ナ集合ハ一ッモアリマセンガ，ソレハ偶然デハアリマセン。

実際 $\mathcal{L}_\Gamma$ ニ一ッデモ集合 $E$ ガ属スレバ，(1)，(2) ヨリ $\theta=E\wedge E^c\in\mathcal{L}_\Gamma$ トナリ．従ッテ $\Gamma(\theta)=0$ ガ自然ニ出ルカラデス。従ッテ集合族 $\mathcal{L}_\Gamma$ ガ空ニナルッマラナイ場合ヲ除外シ，$\mathcal{L}_\Gamma$ ガ実際 *Borel* 体ニナルヤウニスルニハ，外測度ノ條件トシテ

$(C_0)$ 空集合 $\theta$ ニ對シ $\Gamma(\theta)=0$

ヲ附ケ加ヘルノガ自然デセウ。次ノ諸條件モ（$(C_1)$，$(C_2)$ ノ下ニ）スベテ $(C_0)$ ト同値デス。

$(C_0')$ $\Gamma(E)=0$ ナル $E$ ガアル。

$(C_0'')$ $\theta\in\mathcal{L}_\Gamma$。

$(C_0^n)$ $\mathcal{L}_p$ ハ空デナイ。

---

アラ探シニ類スルコトデスガ，始終引用サレル定義デスカラ念ノタメニ書キマシタ。