



Title	半順序可換群ノ有界自己準同型ニツイテ
Author(s)	中山, 正
Citation	全国紙上数学談話会. 1943, 251, p. 187-190
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75042
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

1110. 半順序可換群ノ有界自己準同型ニ ツイテ

中山 正(名大)

吉田氏トノ前談話ニオイテ *Vernikoff - Krein-Tourbin* ノ半順序環ニツイテノ結果ガ環ト假定シナクトモ *operator domain* フモツ群トシテ出来ルコトヲ注意シマシタ (小生ガ間違ッタ証明ヲ書イタリシテ, スッカリ吉田氏ニモ御迷惑ヲカケ, マタ汗顔, 至リダシタガ, 結果ハ前記ノゴトヲ成立シマス)。特ニ従ッテ *associativity* 等假定シナクトモヨイコトガ知レルワケマス。

シカシ訂正シタ証明ハドウモ $V-K-T$ ノト大変似テキテ誠ニ不甲斐ナイ話シマスガ, シカシコノ環トシナイデ, *operator* フモツ云々トスルコトニヨッテ, 逆ニ半順序可換群ノ自己準同型ニツイテ一寸面白ク思ハレル事柄が出テ来マス。ソレヲ述ベテ見タイト思ヒマス。

④ 普通ノ様ナ半順序可換 (加法) 群トスル。タビシア

ル自然数 $n = \text{對シ}$ $nx \geq 0$ 十ラ $x \geq 0$

ヲ假定スル。 A ヲ Automorphism (自己準同型) トスル (コニ = 群算法 / ミヲ問題ニシ, 順序ハタモタナ イデヨイトナル)。

而シテ

總テ / $x(\in G) \geq 0 = \text{對シ}$ $nx \geq x^A \geq -nx$ が成立ツヤウナ自然数 n が存在スルトキ, A ハ 有界 ナ autom. デアルトヨブコトニスル。(サウシタモ / ア考ヘ ル / ハ恐ラク自然デアルト思フ)。然ラバ G / 有界ナ autom. / 全体ハ普通 /

$$x^{AB} = (x^A)^B \quad x^{A+B} = x^A + x^B,$$

及ビ

$$A \geq 0 \quad \text{トハ} \quad \lceil x \geq 0 \longrightarrow x^A \geq 0 \rceil$$

ヲ乗加法, 順序トシテ一ツ / 半順序環 R_G ヲナス。所 がコニニ

定理 G があひきめです單位 e ヲ有シ且ツ例 / 條件

(*) スベテ / $x = \text{對シ}$ $e \geq x \geq -e$ 十ラバ $x = 0$ ヲ満ス十ラバ, G / 有界ナ autom. / 環 R_G ハ加法群 トシテハ G / 或ル部分群ニ同型デアイル。

証明: R_G ヲ G / 作用環 $\mathcal{R}$ ト考ヘル。然ラバ前談 話 / 諸條件ガミタサレテイル。ヨツテ $R_G = \text{對シテ}$ zulässig + G / 極大 normal 部分群全部ノ交ハリハ 0 デ アイル。

今、 $\mathcal{M}$ 全体ヲ $\mathcal{M} = \{M\}$ テ表ハス。アル $M \in \mathcal{M}$ = 對シ、 G/M ハ實數群ガカラ任意ノ $x \in G \wedge M$ ヲ決メテ e ノアル實數 λ = 合同 $= +\lambda$ 。シカモ M ハ R_G = 對シ *zulässig* ガカラ、アル $A \in R_G$ = 對シテ若シ e ノ像 e^A ガ $\in M$ + ラバ、 G^A ノ全体ガ $\subseteq M$ デアル。シタガツテ特ニ $e^A = 0$ + ラ $G^A \subseteq \cap M = 0$ 、 $A = 0$ デアル。

シカモ $e^{A+B} = e^A + e^B$ ガカラ $A \rightarrow e^A$ = ヨリ R_G ハ G ノ部分群 $\{e^A\}$ ト同型 $= +\lambda$ 。即チ A ハ e ノ像 e^A ノミデ一意的ニキマツテシマフ。(實際

$$e^A \equiv \omega_A(M) e \pmod{M}$$

トオケバ $A \rightarrow \omega_A(M) =$ ヨリ R_G ハ $\mathcal{M}$ ノ上ノ函数 $\{\omega_A(M)\}$ ガ同型ニ表現サレル。

次ニ一般ノ、即チ實數ヲ係數トシナイ場合ヲ考ヘルト、ソレハ例ノ如ク、マデ $x \geq 0 \rightarrow x \geq 0$ ノ條件カラ有理數ヲ係數ニスルモ、マデ拡張出来、シカレテ更ニ $\|x\| = \inf (\alpha / \alpha e \geq x \geq -\alpha e)$ + ルノ有義ニツイテ完備スレバ實數ヲ係數ニシタモノを得テレル (※ノ條件参照)。

而モ注意ノ $A \in R_G$ ハニツノ正ノ operator、例ヘバ nI 、 $nI - A$ (I ハ恒等寫像) ノ差トシテ表ハサレルコトカラ容易ニワカル如ク、 A ハコノ拡張サレヌ群ニマデ拡張出来ル。シタガツテ A ハ上記ニヨリヤハリ $e^A (\in G)$ デ決

定 $\#v$, $R_G \wedge \{e^A\}$ ト同型 $=+v$.

(終リ)