



Title	代数曲线ノ Uniformisation ニツイテ (II)
Author(s)	有馬, 喜八郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1943, 251, p. 196-212
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75044
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

1112. 代数曲線 / Uniformisation = ツイテ (II)

有馬喜八郎 (阪大)

第二章

第一章 = 於テ Ahlfors, Schwarz Lemma ヲ利用シテ Uniformisation 問題ヲ取扱ヒマシタガ, コノ章以下デハ Poincaré 流ノ理論 = ツキカイトミタイト思ヒマス。

(1) $F(x, y) = 0$ ノ $x =$ ツキ n 次, $y =$ ツキ m 次ノ代数方程式トシテ Riemann 面ヲ R トシマス。又 Geschlecht γ トシマス ($\gamma \geq 0$)

R / normal + 第三種積分

$$J(z, z_0, \alpha, \beta) = \int_{z_0(x_0, y_0)}^{z(x, y)} R(x, y) dx$$

α, β γ logarithmic + singular point トシテモツ

$\alpha(a, a')$ k 次ノ分岐点 + ラバ, $\alpha = \gamma$

$$\frac{1}{k} \log \frac{1}{x-a} + \text{有界} + \text{函数}$$

$\beta(b, b')$ k' 次ノ分岐点 + ラバ, $\beta = \gamma$

$$\frac{1}{k'} \log (x-b) + \text{有界} + \text{函数}$$

$J(z, z_0, \alpha, \beta)$ ノ實数部分ヲ $G(z, z_0, \alpha, \beta)$ トスレバ α, β

$\beta = \tau$ 夫々上述, 如キ性質ヲ有シ他 \rightarrow 調和 + 函数トナ
 ν .

(2) $x = f(t), y = g(t) \wedge |t| < R = \tau$ 有理型函
 数 $F[x(t), y(t)] \equiv 0$ トス。

$$G(x(f(t), g(t)), z_0; \alpha, \beta) = G(t) \text{ トス。}$$

$\alpha(a, a') = \text{於}$ τ

$$y - \alpha = a_2(x - a)^{\frac{2}{k}} + \dots$$

トス。

$$\bar{m}(r, \alpha) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \log \frac{1}{|f(re^{i\theta}) - a|^{\frac{2}{k}} + |g(re^{i\theta}) - \alpha|^{\frac{2}{l}}} d\theta$$

$r \leq R$

$t = t_0 = \tau$

$$f(t) - a = A(t - t_0)^{k\pi} + \dots$$

$$g(t) - \alpha' = B(t - t_0)^{l\pi} + \dots$$

ナルトキ $t_0 = \tau$ π 回ト算ヘ, $|t_0| < r$ ナルズニテ τ ナ
 計算シテ結果 $\bar{m}(r, \alpha)$ トス

然ルトキ普通ノ場合, $\log |t - a|$, カハリ = 上述ノ $G(t)$
 ヲ利用シテ Green-Gauss, 公式 $\exists \eta$

$$\bar{m}(r, \alpha) + \int_{r_0}^r \frac{\bar{n}(r, \alpha)}{r} dr = m(r, \beta) + \int_{r_0}^r \frac{\bar{n}(r, \beta)}{r} dr + O(1)$$

$$\int_0^r \frac{\bar{n}(r, \alpha)}{r} dr = N(r, \alpha) \text{ トスルニ}$$

$$\bar{m}(r, \alpha) + \bar{N}(r, \alpha) = \bar{m}(r, \beta) + \bar{N}(r, \beta) + O(1)$$

$$\bar{T}(r, \alpha) = \bar{m}(r, \alpha) + \bar{N}(r, \alpha) \quad \text{トスルハ}$$

(第一基本定理)

$$\bar{T}(r, \alpha) = \bar{T}(r, \beta) + O(1)$$

(3)

$$T\left(r, \frac{1}{f-a}\right), T\left(r, \frac{1}{g-a'}\right) \quad \text{ト} \quad \bar{T}(r, \alpha), \quad \text{關係式ヲ考}$$

ヘスル。

$$x = a + v \quad \text{点ヲ}$$

$$d_1(a, b), d_2(a, b_2) \dots$$

トシ、 v ノ分岐数ヲ k_1, k_2, \dots トス。

$$\sum k_i = m$$

然レトキ

$$T\left(r, \frac{1}{f-a}\right) = \sum k_i \bar{T}(r, \alpha_i) + O(1)$$

第一基本定理ヨリ $d(a, a') = d_1(a, b_1)$ 即チ $a' = b_1$ ト

スレバ

$$T\left(r, \frac{1}{f-a}\right) = \bar{T}(r, \alpha) \sum k_i + O(1)$$

$$= m \bar{T}(r, \alpha) + O(1)$$

依テ次ノ定理ヲ得。

定理 1.

$$\bar{T}(r, \alpha) = \frac{1}{m} T\left(r, \frac{1}{f-a}\right) + O(1) = \frac{1}{m} T(r, f) + O(1) \dots$$

同様ニシテ

$$\bar{T}(r, \alpha) = \frac{1}{n} T(r, \frac{1}{g-a'}) + O(1) = \frac{1}{n} T(r, g) + O(1) \dots$$

従って又上式より

$$\frac{1}{n} T(r, f) = \frac{1}{n} T(r, g) + O(1) \dots$$

(注意) Hevannlinna, トキハ $x = f(z), y = f(w)$

トスレバ $F(x, y) = x - y = 0$ トシ, $\alpha(a, a)$ トスレバ

$$\bar{T}(r, \alpha) = T(r, \frac{1}{f-a})$$

トナル。

(全)

Hevannlinna, 理論ヲ

$$T(r, f) = T\left(\frac{cf+d}{af+b}\right) + O(1) \quad a, b, c, d \text{ ハ 定数}$$

コレヲ $T(r, f)$ ハ 一次変換 = ヨリ 不変ナルコト云フコトニ
シマス

$\bar{T}(r, \alpha) =$ ツイテ如何ナルコトが云ヘルヲセヨカ。

$\bar{T}(r, \alpha)$ ハ $F(x, y) = 0$ ノ birational transformation = ヨリ 不変ナルコトが云ヘマス。以下コレ =
ツイテ考ヘマス。

$F(x, y) = 0$ ノ Riemann 面ヲ R_F ト著クコト
= シマス。

$F(x, y) = 0$ ハ $x =$ ツイテ n 次, $y =$ ツイテ m 次,
irreducible + 代数方程式トシ

$$X = \varphi(x, y), \quad Y = \psi(x, y) \dots (A)$$

ナル変換ヲ考ヘル。

但シ $\varphi(x, y)$, $\psi(x, y)$ ハ夫々 μ 次, ν 次, 有理函数トス。即チ R_F 上ニ於テ異ナル μ 個, ν 個, Pole ヲ有スルモノトス。

(A) ト $F(x, y) = 0$ ヲリ, x, y ヲ消去スレバ

$$G(X, Y) = 0 \text{ ----- (B)}$$

ナル代数曲線ニナル。 $X = \Psi$ イテハ ν 次, $Y = \Phi$ μ 次トナル。

逆ニ (A), (B) ヲリ

$$x = \Phi(X, Y)$$

$$y = \Psi(X, Y)$$

ナレ如ク, x, y ハ X, Y / 有理函数ニテ表ハサル。

$G(X, Y) = 0$ / Riemann 面ヲ R_G トス。

以下数段ニ於ケテ $\bar{T}(r, s)$ / birational transformation = ヨル不変性ヲ証明シマス。

1°

(I) $X = \varphi(x, y)$ ハ R_F / 分岐点デナイ異ナル m 個ノ異テニ次ノ無限大ニナル。

(II) R_F / 無限遠点 = 分岐点ヲモクズ且ツ $x, \infty =$ 對シ X / m 個ノ値ハ

$$X_i = A_0^i + A_1^i \frac{1}{x} + \text{-----} \quad i = 1, 2, \text{-----} m$$

$$\text{但シ } A_1^i \neq 0$$

(I), (II) / 假定ヲナスモノ一般性ヲ失ハナイコトヲ証明シマ

ス。

(I) 假定ニツイテ (I) 假定が成立セズトスレバ次、
如ク考フ。

$$P(x, y) = X_0$$

ガ無限点トモ亦分岐点トモ相異ナル μ 個ノ根 $\alpha_1(a_1, b_1),$
 $\alpha_2(a_2, b_2) \dots \dots \alpha_\mu(a_\mu, b_\mu)$ simple 根ヲ有ス
ルモトス。

$$X' = \frac{1}{X - X_0} \text{トキ } (X, Y) \text{ Riemann 面 } R_G \text{ト } (X',$$

$Y) \text{ Riemann 面 } R_G \text{ヲ考ヘレバ、枝数分岐点、分岐数}$
ハ不変ナリ。

今 $x = f(t), y = g(t), F(x, y) = 0$ トキ $\bar{T}(Y,$
 $\alpha) \text{ヲ他ノ場合ト區別スルタメ } \bar{T}(Y, f, g, \alpha) \text{ト記スコト}$
 $= \kappa$ 。

$$x = f(t), y = g(t) \Rightarrow P(x, y) = X_0 \text{トシ}$$

$$X(t) = P[f(t), g(t)] = \bar{F}(t)$$

トス。コノ transformation = ヲリ $\alpha \text{ハ } R_G \text{上ノ点 } \alpha =$
移ッタトス。

定理 (I) ヲリ

$$\bar{T}(Y, \bar{F}, G, \alpha) = \frac{1}{\mu} T(Y, \bar{F}) + O(1)$$

又

$$X'(t) = \frac{1}{X(t) - X_0} = \frac{1}{\bar{F}(t) - X_0} = \bar{F}'(t)$$

トス。

コレ = α' の $R_{G'}$ 上 $\alpha' =$ 変ツタトスレバ

$$\bar{T}(r, \bar{F}, G', \alpha') = \frac{1}{\mu} T(r, \bar{F}) + O(1)$$

$$\bar{F}(t) = \frac{1}{\bar{F}(t) - X_0} + \text{その他}$$

$$T(r, \bar{F}) = T(r, \bar{F}) + O(1)$$

$$\therefore \bar{T}(r, \bar{F}, G, \alpha) = \bar{T}(r, \bar{F}, G', \alpha') + O(1)$$

故 = (I) とル假定ヲトスニ、不変性 = 影響ナシ

(II) の假定 = ツイテ

x_0 の $x_0 =$ 對應スル m 個ノ y ノ値、有限ナル異ナリ、

又夫々 = 對スル $X = \varphi(x, y)$ 、 m 個ノ値ニ有限ナル異ナレ

如キ x ノ數値トス。

$$X_i = A_0^i + A_1^i (x - x_0) + \dots \quad (i=1, 2, \dots, m)$$

$$\text{但シ } A_1^i \neq 0$$

$x = x_0 + \frac{1}{x'}$ とル交換ヲ施セバ所要ノ假定ガ成立ス。

∴ トキ、Riemann 面ヲ $R_{F'}$ トス。

$$x = f(t), \quad y = g(t)$$

$$\text{ニ對シ } x' = \frac{1}{f(t) - x_0} = f', \quad y = g(t) \text{ ヲ考ヘル。}$$

定理 (I) ヲ

$$\bar{T}(r, f, F, \alpha) = \frac{1}{m} T(r, f) + O(1)$$

$\alpha \rightarrow \alpha'$ = 変ツタトスレバ

$$\bar{T}(r, f', F', \alpha') = \frac{1}{m} T(r, f') + O(1)$$

$$f'(z) = \frac{1}{f(z) - x_0} \text{ヨリ}$$

$$T(r, f') = T(r, f) + O(1)$$

$$\text{故} = \bar{T}(r, f, F, \alpha) = \bar{T}(r, f', F', \alpha') + O(1)$$

トナリ, 不変性 = 影響ナシ.

2°.

1°ヨリ (I), (II)ノ假設ヲナスニ一般性ヲ失ハザルコトヲ証明セラレシ故, 以後 (I), (II)ノ假設ノモトニ議論ヲ進メルモノトシマス.

初 $x = \bar{m}(r, \alpha)$, $\bar{N}(r, \alpha) = \psi$ イテ注意ヲナシ, $\psi = \psi$ イテ論スルコトニシマス.

$\alpha(a, a')$ ニ於テ

$$y - a' = a_p (x - a)^{\frac{1}{k}} + \dots$$

$$\therefore |y - a'|^{\frac{1}{k}} = |x - a|^{\frac{1}{k}} \cdot S(x)$$

$S(x)$ ハ有界ノ函数トス.

故ニ

$$|g(re^{i\theta}) - a'|^{\frac{1}{k}} = |h(re^{i\theta}) - a|^{\frac{1}{k}} S(r, e^{i\theta})$$

$$\begin{aligned} \therefore \bar{m}(r, \alpha) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \log^+ \frac{1}{|f(re^{i\theta}) - a|^{\frac{1}{k}} + |h(re^{i\theta}) - a'|^{\frac{1}{k}}} d\theta \\ &= \frac{1}{2\pi k} \int_0^{2\pi} \log^+ \frac{1}{|f(re^{i\theta}) - a|} d\theta + O(1) \end{aligned}$$

故ニ

$$\frac{1}{2\pi k} \int_0^{2\pi} \log \frac{1}{|f(re^{i\theta}) - a|} d\theta = \bar{m}(r, f, a)$$

トスレバ

$$\bar{T}(r, a) = \bar{m}(r, f, a) + \bar{N}(r, a) + O(1)$$

故 = $\bar{m}(r, a)$ 1代り $\bar{m}(r, f, a)$ ヲ考へル。

(A) R_G / 無限点 = ツイテ考へル。

假定 (I) = ヲリコレ = μ 個 / 單純極 $d_1(a_1, b_1) \dots d_\mu(a_\mu, b_\mu)$ が對應ス。

$d_i(a_i, b_i)$ / 近傍 = テハ

$$X = \frac{R_i}{x - a_i} + C_0 + C_1(x - a_i) + \dots \quad (1) \quad R_i \neq 0$$

inversion = ヲリ $x - a_i = P\left(\frac{1}{X}\right)$

但し $P = \mu \frac{1}{X} = 0 \Rightarrow$ 正則 + 函数

$d_i(a_i, b_i)$ ハ 分岐点ヲ + 1 カラ $y - b_i$ ハ $x - a_i$ / 正則 + 函数, 故 = $\frac{1}{X} = 0$ / 近傍ヲ $\frac{1}{X}$ / 正則 + 函数ト + 1 故 = $Y = \psi(x, y)$ ハ $\frac{1}{X} = 0$ 従ツテ $X = \infty$ ヲ uniform + 函数ト + 1, R_G / 無限点ハ 分岐点ヲ + 1。

故 = 上 / 注意ト (1) 式ヨリ d_i / 對應点ヲ A_i トスレ

ハ

$$\bar{T}(r, f, F d_i) = \bar{T}(r, \bar{F}, G, A_i) + O(1)$$

トレコトヲ知ル。

(B) R_F / 無限点 = ハ 假定 (II) ヲリ

R_F / 無限点 = テ

$$X = A_0 + \frac{A_1^i}{x} + \dots \quad (2) \quad A_1^i \neq 0$$

inversion = ヲリ

$$\frac{1}{x} = P(X - A_0^i)$$

R_F / 無限点ハ分岐点ヲ+イカラ, 従ツテ

$$y = Q(X - A_0^i)$$

$$\therefore Y = \psi(x, y) \Rightarrow R(X - A_0^i)$$

$P(X - A_0^i)$, $Q(X - A_0^i)$, $R(X - A_0^i)$ ハ uniform
+ 函数ヲアルエ, R_F / 無限遠点 α / 對應点Aハ分岐点ヲ
+イ.

故 = (2) ヲリ 容易 =

$$\bar{T}(r, f, F, \alpha) = \bar{T}(r, \bar{F}, G, A) + O(1)$$

(C) 次 = $\alpha_i(a_i, b_i)$ ノ R_F / 上 / 分岐数 r_i / 分岐点 /
場合

$$X = X_i + C_1^i (x - a_i)^{\frac{1}{r_i}} + \dots \quad C_1^i \neq 0$$

$$\therefore (X - X_i)^{\frac{1}{r_i}}$$

$$= (x - a_i)^{\frac{1}{r_i}} \left[C_1^i + d_1 (x - a_i)^{\frac{1}{r_i}} \dots \right]^{\frac{1}{r_i}} \dots (3)$$

故 =

$(x - a_i)^{\frac{1}{r_i}}$ ハ $(X - X_i)^{\frac{1}{r_i}}$ ノ 級数展開ナル. 従ツテ
 $y - b_i \in (X - X_i)^{\frac{1}{r_i}}$ ノ 従ツテ $Y = \psi(x, y) \in (X - X_i)^{\frac{1}{r_i}}$ ノ 展開可能ナル.

従って $\alpha_i (a_i, b_i)$ = 対応する R_G 上、点 A_i の分岐数 l_i 、分岐点 ν 。^{*}

(3) 3)リ

$$\frac{1}{2\pi l_i} \int_0^{2\pi} \log^+ \frac{1}{|\bar{F}(t) - X_i|} d\theta$$

$$= \frac{1}{2\pi r_i} \int_0^{2\pi} \log^+ \frac{1}{|f(t) - a_i|} d\theta + O(1)$$

又、 $x - a_i = f(t) - a_i = (t - t_0)^{r_i n} [A + \dots]$ $A \neq 0$
 トスレ、

$$(\bar{F}(t) - X_i)^{\frac{1}{l_i}} = (t - t_0)^n [C_1^i + \dots]^{\frac{1}{l_i}} [A + \dots]^{\frac{1}{r_i}}$$

$$\therefore F(t) - X_i = (t - t_0)^{\frac{l_i n}{r_i}} [C_1^i \dots] (A \dots)^{\frac{l_i}{r_i}}$$

故 =

$$\bar{N}(r, \alpha_i) = \bar{N}(r, A_i)$$

故 =

$$\bar{T}(r, f, F, \alpha_i) = \bar{T}(r, \bar{F}, F, A_i) + O(1)$$

(D) $\alpha(a, b)$ が R_F の分岐点 ν + イトキ

$\alpha(a, b)$ = 対応する R_G の点 A トス。

$$X = X_0 + A_n (x - a)^n + \dots \quad A_n \neq 0$$

モシ $n > 1$ + ラバ $x - a$, $\wedge (X - X_0)^{\frac{1}{n}} = \tau$ 従って $y - b$

モ従って $Y = \psi(x, y) \in (X - X_0)^{\frac{1}{n}} = \tau$ 展開 + レテ n

次、分岐点 ν 。^{*}

$$X - X_0 = (x - a)^n [A_n + \dots] \dots \dots (4)$$

(4) 3) 1)

$$\frac{1}{2\pi n} \int \log^+ \frac{1}{\bar{F}(t) - X_0} d\theta = \frac{1}{2\pi} \int \log^+ \frac{1}{|f(t) - a|} dt + O(1)$$

$$\therefore \bar{m}(r, f, \alpha) = \bar{m}(r, \bar{F}, A) + O(1)$$

同様 =

$$\bar{N}(r, f, \alpha) = \bar{N}(r, \bar{F}, A)$$

$$\therefore \bar{T}(r, f, F, \alpha) = \bar{T}(r, \bar{F}, G, A) + O(1)$$

上 = τ 完全 = 証明了了。

(注意) (C), (D) = 於ける γ / 展開式 = 於て分母指数が消
エルカ, 又ハ l_i , 又ハ n ヲ γ 内キイ 共通分母ヲ有スルコト
ハナシ。

例ハ心 (D) / 場合 = $\alpha(a, b) =$ 点 $A(X_0, Y_0)$ が對應ス
ルトス。

今 A ヲ通ル Riemann 面, 枚数カ n 個ヨリ少ク
ナイトス。

又ハ $R_{\bar{F}}$ / 上テ α / 廻リヲ一回マケレバ $X - X_0$ ハ $2\pi n$
ガケ偏角が増ス。従ツテ X 卜 $A(X_0, Y_0)$ ヲ結ブ直線ハ cycle
 A / 近傍ヲ一回以上マケル故 = 一對一ノ對應ヲナサズコレハ
birational transformation / 假設ニ反ス。

l_i / トキモ全ク同様ナリ。

故 =

定理(II) $\bar{T}(r, \alpha)$ ハ birational transformation
= ヨリ不変ナリ。

(5) Γ : \mathbb{S}^1 の *geschlecht* $p \geq 2$ トス。

$F(x, y) = 0$ の第一章 1 条件ヲ満足スル $v \in \Gamma$ トス。 $z(x, y)$ ヲ $(p, 0)$ + v automorphic function トス。

$$\bar{u}(z) = \log \frac{\left| \frac{dz}{dx} \right|}{1 - |z|^2}$$

トスルバ

$$\Delta_x \bar{u} = 4e^{2\bar{u}}$$

Riemann 面ノ無限点ヲハ $\bar{u}(z) = -2 \log |z|$ + 有界函数, m 次ノ分岐点 (b, b') ヲハ $\bar{u}(z) = \frac{1-m}{m} \log |z-b|$ + 有界函数

$$u(t) = \bar{u}(f(t)) \text{ トスルバ } \Delta_t u(t)$$

$$= \Delta_t \bar{u}[f(t)] = \Delta_x \bar{u} \left| \frac{dx}{dt} \right|^2$$

今 Riemann 面ノ分岐点 α_i ノ分岐数ヲ m_i ($i = 1, 2, \dots, k$), 無限遠点ヲ β_i ($i = 1, \dots, m$) トス。

$\bar{u}[f(t)]$ = 第一基本定理ノトキト同シ準備ノモト =

Green-Goursat ノ公式ヲ用ヒ

$$\sum_{i=1}^k (m_i - 1) \bar{T}(r, \alpha_i) - 2 \sum_{i=1}^m \bar{T}(r, \beta_i) + O(1)$$

$$- \int_{r_0}^r \left[\frac{2}{\pi} \int e^{2\bar{u}} \left| \frac{dx}{dt} \right|^2 dw \right] \frac{dr}{r}$$

但シ $d\omega$ ノ面積要素トス。

第一基本定理 = \exists Riemann 面上ノ任意ノ点 α

トスル

$$\left[\sum_{i=1}^R (m_i - 1) - 2/m \right] \bar{T}(r, \omega) + O(1) \\ = \int_{r_0}^r \left[\frac{2}{\pi} \int \frac{\left| \frac{dz}{dz} \right|^2 \left| \frac{dx}{dt} \right|^2}{(1 - |z|^2)^2} d\omega \right] \frac{dr}{r}$$

然レ

$$\sum (m_i - 1) - 2m = 2p - 2$$

$$\therefore (2p - 2) \bar{T}(r, \omega) + O(1) = \int_{r_0}^r \frac{A(r)}{r} dr \dots \dots (1)$$

但シ $A(r) = \frac{2}{\pi} \int \frac{\left| \frac{dz}{dz} \right|^2 \left| \frac{dx}{dt} \right|^2}{(1 - |z|^2)^2} d\omega$

今 Riemann 面 R_F の birational transformation
 = 三ッ $R_G = \tau, \kappa \in \Gamma$. $B_G, (p, 0)$, automor-
 phic function $\tau z'(x, y)$ トスルニ 容易 $= z = \frac{az'+b}{cz'+d}$
 (但シ Γ 一次分式ハ 單位円ヲ 自身ニ 移スモ $|+1|$) +
 關係アルコトヲ 知ル。

$$\text{故} = \frac{|dz|}{1 - |z|^2} = \frac{|dz'|}{1 - |z'|^2}$$

故 $A(r)$ の birational transformation = 對
 シ 不変 +
 知ル。

又 定理(II) = 三ッ $\bar{T}(r, \omega) \in$ 不変 +
 birational transformation = 三ッ 第一章ノ 條件ヲ
 満足セシテ 得ル 故

定理 III geschlecht $p \geq 2$ とす

$$(2p-2)\bar{T}(r, \alpha) = \int_0^r \frac{A(r)}{r} dr + O(1)$$

次 = 第一章, 条件 $F(x, y) = 0$ が満足スルとき

$$\frac{\left| \frac{dz}{dt} \right|^2 \left| \frac{dx}{dt} \right|^2}{1 - |z|^2} \leq \frac{R}{R^2 - |t|^2}$$

コレヲ用ヒテ $t = re^{i\theta}$ トスレバ

$$A(r) \leq \frac{2}{\pi} \int_0^r \int_0^{2\pi} \frac{R^2 r dr d\theta}{(R^2 - r^2)^2} = \frac{2r^2}{R^2 - r^2}$$

$$\int_0^r \frac{A(r)}{r} \leq \int_0^r \frac{2r dr}{R^2 - r^2} = \log \frac{R^2}{R^2 - r^2} = \log \frac{1}{R-r} + O(1)$$

故 = 定理 (III) ヲ

$$(2p-2)\bar{T}(r, \alpha) \leq \log \frac{1}{R-r} + O(1)$$

birational transformation ヲ施シテ考へレバ

$$\text{定理 IV } \bar{T}(r, \alpha) \leq \frac{1}{2p-2} \log \frac{1}{R-r} + O(1)$$

定理 I = ヲ

$$\bar{T}(r, \alpha) = \frac{1}{m} T(r, f) + O(1)$$

故 =

$$T(r, f) \leq \frac{m}{2p-2} \log \frac{1}{R-r} + O(1)$$

故 =

定理 V $x = f(t), y = g(t)$ が $|x| < R$ 有有理型

函数 $F(x, y) = 0$ の $x = \zeta$ は n 次, $y = \eta$ は m 次,
geschlecht $p (\geq 2)$ の代数曲線 $F[f(t), g(t)]$
 $\equiv 0$ となる

$$T(r, f) \leq \frac{m}{2p-2} \log \frac{1}{R-r} + O(1)$$

$$T(r, g) \leq \frac{n}{2p-2} \log \frac{1}{R-r} + O(1)$$

定理 VI. 上の仮設のもと

$$\overline{\lim} \frac{T(r, f)}{\log \frac{1}{R-r}} \leq \frac{m}{2p-2}$$

系 I. $|t| \leq R$ での有理型函数 $x = f(t)$,
 $y = g(t)$ が $f(x, y) = 0$ の *uniformisation* となる
 ための必要十分条件は

$$\overline{\lim} \frac{T(r, f)}{\log \frac{1}{R-r}} = \infty$$

となる

$f(x, y) = 0$, *geschlecht* p の $0 \leq p < 1$ の場合.

(注意) 系 I の円内有理型函数 t に対して Picard の
 定理 = 相應し, 定理 (III) の 清水 - Ahlfors の定理
 = 對應するものと見られる。

上の結果は次章の第一基本定理から得られる。
 入。

尚ホ

系2. *geschlecht* μ + ルフツクス函数ヲ $f(z)$

トスレバ

$$\overline{\lim} \frac{T(r, f)}{\log \frac{1}{R-r}} \leq K \quad (K \text{ finite})$$

但シ $\mu \geq 2$

—— (續 7) ——

(西大 = 三六八)