



Title	Invariante Masse III
Author(s)	中野, 秀五郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1943, 252, p. 231-235
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75048
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

1116. Invariante Masse III

中野 秀五郎

§7. 準測度

定理5、定理2の拡張がハアリスが所謂 *locally bicomcompact* のとき、*Haar measure* の存在は直ちに誘出される譯は参りません。故に以下この問題を考へて見ませう。

$\mathcal{R}$ が *locally bicomcompact*、又 *regularly open* $U = \bar{U}$ 其の *closure* $\bar{U}$ が *bicomcompact* となるものを 近傍 と云ふことにします。

定義2. $\mathcal{R}$ の元 U の近傍 U の函数 $Q(U)$ が次の条件を満足すれば 準測度 と云ふことにします。

- 1) $0 \leq Q(U) \leq +\infty, \quad Q(\emptyset) = 0$
- 2) $U_1 \subset U_2$ ならば $Q(U_1) \leq Q(U_2)$
- 3) $Q(U_1 \oplus U_2) \leq Q(U_1) + Q(U_2)$

($U_1 \oplus U_2$ は $\overline{U_1 + U_2}$ 、*offener Kern*)

準測度 = 定義1、如く $=$ *weak topology* を入れますと、豫備定理1と同様にして次の定理が証明出来た。

豫備定理4. 一つの近傍 U_0 ($\neq \emptyset$) に対して $Q(U_0) = 1$ となる準測度全体は *bicomcompact* であり

$\mathcal{O}$ を近傍ノ集合デ

$$\mathcal{O} \ni U, U \supset V \text{ 十ラバ } \mathcal{O} \ni V$$

ナレモノトシマス。

定義 3. 準測度 Q ト近傍ノ集合 $\mathcal{O}$ トアリテ、若シニ

$$U \cap V \neq \emptyset \text{ 十ラバ } Q(U \cup V) = Q(U) + Q(V) \quad (U, V \in \mathcal{O})$$

ノ満タス $U, V \in \mathcal{O}$ 対シテ常ニ

$$Q(U \cup V) = Q(U) + Q(V)$$

デアルトキ、 Q ハ $\text{mod } \mathcal{O}$ デ加算デアルト云フコトノシマス。

然ルトキハ明カニ Q ガ $\text{mod } \mathcal{O}$ デ加的。又 $\mathcal{O} \subset \mathcal{O}'$ 十ラバ、又 Q ハ $\text{mod } \mathcal{O}'$ デ加的デアリマス。又簡単ニ次ノ定理ガ証明出来マス。

豫備定理 5. $\text{mod } \mathcal{O}$ デ加算ノ準測度ノ全体ハ $bicompact$ デアリマス。

豫備定理 6. $\mathcal{R}$ ノ連続変換 T デ $invariant$ ノ準測度ノ全体ハ $bicompact$ デアリマス。

§8. 定理 2 ノ擴張

定理 6. $\mathcal{R}$ ノ $locally\ bicompact$. $\mathcal{F}$ ノ変換群デ次ノ条件ヲ満タス点 x 。カアルトシマス。

1) 任意ノ点 x 及ビ其ノ近傍 $U = \mathcal{O}$ 対シテ、 $\mathcal{O}_0$ ノ近傍 V 及ビ x ノ近傍 V ヲ適當ニ與ヘレバ $T \in \mathcal{F}$ 対シ

$$\nabla(T\nabla_0) \neq 0 \quad \text{+ トラバ端} = T\nabla_0 \subset \nabla$$

2) x_0 / 任意 / 近傍 $U = \text{對シ、} T U (T \in \mathcal{T})$ /
全体 $\mathcal{K}$ ∇ cover スル コトが 出素ル。

然ルトキハ 近傍 $U_0 = \text{對シ } m \overline{U_0} = 1 + \nu \text{ invariant}$
 measure が 存在シマス。

証明. x_0 / 近傍 $U = \text{對シ } T U \supset \nabla (T \in \mathcal{T})$
+ ∇ / 全体 $\mathcal{K}$ ∇ トシマス、mod $\mathcal{O}_0$ ∇ 加的。
 $Q(U_0) = 1$. 然カ $\in \mathcal{T}$ ∇ invariant + 準測度 2
/ 全体 $\mathcal{K}$ ∇ トシマス、豫備定理 4.5, 6 = コリ $\mathcal{K}_0$
ハ bicomact テアリマス。然カ $\in$ 其 / 有限個 $\mathcal{K}_{0,1}$,
....., $\mathcal{K}_{0,n}$ ハ必ず 共有 点ガアリマス。如何ト+レバ $U \subset$
 $U_1 \cdots U_n$ + x_0 / 近傍 $U = \text{對シテ } 1 \text{ dae}$ 如ク

$$Q(\nabla) = \frac{\overline{\nabla} \nabla \text{ cover スル } T U \text{ / 最小個數}}{\overline{U_0} \nabla \text{ cover スル } T U \text{ / 最小個數}}$$

トオケバ 準測度 Q ハ mod $\mathcal{O}_0$ ∇ 加的、然ツテ mod $\mathcal{O}_i$
($i = 1, 2, \dots, n$) ∇ 加的 テアリマス。又明カ $\in \mathcal{T} =$
 ∇ Invariant テアリマス。

$\mathcal{K}_0$ / スベテ / $U = \text{對スル 共通部分}$ が 從ツテ 存
在シマスカラ、其 / 一ツヲ m トスレバ 任意 / $\nabla_1, \nabla_2 =$
對シ $\overline{\nabla_1}, \overline{\nabla_2} = 0$ + レバ

$$m(\nabla_1 \oplus \nabla_2) = m \nabla_1 + m \nabla_2$$

テアリマス。如何ト+レバ、 $\overline{\nabla_1}$ ハ

$\overline{\nabla_1}$ / 有限個 / 点 $x_1, \dots, x_n$ 及ビソノ 近傍 $U_1, \dots$

----, $U_n = \tau$ cover サレ, 然カモ $\overline{U_1} \overline{U_2} = \emptyset$ + ラレマ
ラレマス。

假定, 1) = ヨリ, x_0 / 近傍 V が適当 = 定メレバ,
 $\overline{U_1} \cap \overline{U_2} = \emptyset$ + レバ, $\overline{U_1} \overline{U_2} = \emptyset$ + ラレマラレマス。 m ハ $\mathcal{U}_0$
= 含マレマスカタ $\text{mod } \mathcal{U}_0$ デ加的 従ッテ上, 等式が成
立致シマス。

次 = 任意ノ 点 x 及 ビ 其ノ 近傍 $V_0 = \{x \in V_1 \mid V_1 \subset V_0\}$
= シテ

$$m V_1 = \sup_{V_1 \supset \overline{U}} m U$$

+ 此ノ 近傍 V_1 / 存在スルコトが容易 = 証明出来マス。(著
者 *Topologische Masse* 参照)。此ノ如キ V_1 /
全体ヲ $\mathcal{U}$ トスレバ m ハ $\mathcal{U}$ ノ Grundsystem トスル
topologisches Masse トナリマス。然カモ $m \overline{U_0}$
= 1 = $\tau \mathcal{U}$ = 關シテ invariant ナルコトハ明カデアリ
マス。又 $m U < \infty$ ナルコトハ U が τU_0 / 有限個ヲ
cover サレルコトヨリ明カデアリマス。

定理 6 = 於テ, 1) / x_0 ノ 任意トスレバ, 2) = 於テ
ハ, τU_1 ($T \in \mathcal{U}$) が $\mathcal{R}$ ノ cover スル U_1 が少クトモ
一ツ存在スレバ 充分デアリマス。 如何トナレバ, $\overline{U_1}$ ノ x ナル
任意ノ 点 x = 對シ, $T x$ ($T \in \mathcal{U}$) / closure Ax
トスレバ, Ax ハ closed 且ツ $\mathcal{U}$ デ invariant ナ
リマス。

故=此、如キ Ax 、durchschnitt トシテ in-
 variant closed + $R = \text{シテ}$ 、 $R \ni x$ + ル任意 x
 = 對シ、 $Tx (T \in \mathcal{Y})$ 、closure がヤハリ R ト
 + リマス。故= $R \ni x_0$ + ル一氣ハ relative space R
 = テ 定理 6.1) / x_0 / 役ヲ 執シマス。故= R / 上ニ
 invariant measure m が アリマス。 $RU = 0$ +
 ル $U = \text{對シテ}$ 、 $mU = 0$ トスレバ、此、 m が $\mathcal{R}$ デ、
 invariant measure ト + リマス。

—— 18. 3. 15. ——

(西大 = 三六八)