OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Invariante Masse III
Author(s)	中野, 秀五郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1943, 252, p. 231-235
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75048
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

1116. Invariante Masse III

中野秀五郎

§7. 準測度

定理5ハ定理2ノ拡張デハアリマスガ所謂 locally bicompact ノトキノ Haar measure ノ存在ハ直チニハ誘出スル譯ニ参リマセン。故ニ以下コノ問題ヲ考ヘテ見マセウ。

先ヅ locally bicompact ト regularly open U ニシテ其ノ closure $\overline{U}$ ガ bicompact ナルモノヲ近傍ト云フコトニシマス。

定義2. 先ノ入ベテノ近傍 U ノ函数 $Q(U)$ ガ次ノ條件ヲ満足スルトキ準測度ト云フコトニシマス。

1) $0 \leqq Q(U) \leqq +\infty$, $\quad Q(0)=0$

2) $U_1 \subset U_2$ ナラバ $\quad Q(U_1) \leqq Q(U_2)$

3) $Q(U_1 \oplus U_2) \leqq Q(U_1)+Q(U_2)$

($U_1 \oplus U_2$ ハ $\overline{U_1+U_2}$ ノ offener Kern)

準測度ニ定義1ノ如ク ニ weak topology ヲ入レマスト，豫備定理1ト同様ニシテ次ノ定理ガ証明出来マス。

豫備定理4. 一ツノ近傍 U_0 ($\neq 0$) ニ對シテ $Q(U_0)=1$ ナル準測度全体ハ bicompact デアリマス。

$\mathfrak{N}$ ヲ近傍ノ集合デ

$\mathfrak{N}\ni U,\ U\supset V$ ナラバ $\mathfrak{N}\ni V$

ナルモノトシマス。

定義3. 準測度 Q ト近傍ノ集合 $\mathfrak{N}$ トアリテ、若シ

$$U\,Q'\neq 0 \text{ ナラバ } Q'V=0 \qquad (Q'\in\mathfrak{N})$$

ノ満タス U, V ニ對シテ常ニ

$$Q(U\oplus V)=Q(U)+Q(V)$$

デアルトキ, Q ハ mod $\mathfrak{N}$ デ加的デアルト云フコトニシマス。

然ルトキハ明カニ Q が mod $\mathfrak{N}$ デ加的. 又 $\mathfrak{N}\subset\mathfrak{N}_1$ ナラバ, 又 Q ハ mod $\mathfrak{N}_1$ デ加的デアリマス。次ノ簡単ニ次ノ定理ガ証明出来マス。

豫備定理5. mod $\mathfrak{N}$ デ加的ナ準測度ノ全体ハ bicompact デアリマス。

豫備定理6. $\mathfrak{N}$ ノ連続変換 T デ invariant ナ準測度ノ全体ハ bicompact デアリマス。

§8. 定理2ノ擴張

定理6. $\mathfrak{N}$ ヲ locally bicompact. $\mathfrak{T}$ ヲ変換群デ次ノ條件ヲ満タス点 x_0 ガアルトシマス。

1) 任意ノ点 x 及ビ其ノ近傍 U ニ對シテ, x_0 ノ近傍 V_0 及ビ x ノ近傍 V ヲ適當ニ與ヘレバ $T\in\mathfrak{T}$ ニ對シ

$\nabla(T\nabla_0) \neq 0$ ナラバ常ニ $T\nabla_0 \subset \nabla$

2) x_0 ノ任意ノ近傍 U ニ對シ、TU ($T \in \mathfrak{T}$) ノ全体デ R ヲ cover スルコトガ出来ル。

然ルトキハ近傍 U_0 ニ對シ $m\overline{U}_0 = 1$ ナル invariant measure ガ存在シマス。

証明. x_0 ノ近傍 U ニ對シ $TU \supset \nabla$ ($T \in \mathfrak{T}$) ナル ∇ ノ全体ヲ $\mathfrak{N}_U$ トシマスト、mod $\mathfrak{N}_U$ デ加法的. $Q(U_0) = 1$. 然カニ $\mathfrak{T}$ デ invariat ナ準測度 Q ノ全体ヲ $\mathfrak{P}_U$ トシマスト、豫備定理 4. 5, 6 ニヨリ $\mathfrak{P}_U$ ハ bicompact デアリマス。然ルニ其ノ有限個 $\mathfrak{P}_{U_1}, \cdots\cdots, \mathfrak{P}_{U_n}$ ハ必ズ共有点ガアリマス。如何トナレバ $U \subset U_1 \cdots\cdots U_n$ ナル x_0 ノ近傍 U ニ對シテ Haar ノ如ク

$$Q(\nabla) = \frac{\overline{\nabla} \text{ ヲ cover スル } TU \text{ ノ最小個数}}{\overline{U}_0 \text{ ヲ cover スル } TU \text{ ノ最小個数}}$$

トオケバ準測度 Q ハ mod $\mathfrak{N}_U$ デ加法的、從ッテ mod $\mathfrak{N}_i$ ($i = 1, 2, \cdots\cdots, n$) デ加法的デアリマス。又明カニ $\mathfrak{T}$ ニテ Invariant デアリマス。

$\mathfrak{P}_U$ ノスベテノ U ニ對スル共通測合ガ從ッテ存在シマスカラ、其ノ一ツヲ m トスレバ 任意ノ ∇_1, ∇_2 ニ對シ $\overline{\nabla}_1, \overline{\nabla}_2 = 0$ ナレバ

$$m(\nabla_1 \oplus \nabla_2) = m\nabla_1 + m\nabla_2$$

デアリマス。如何トナレバ、$\overline{\nabla}_1$ ハ

$\overline{\nabla}_1$ ノ有限個ノ点 $x_1, \cdots\cdots, x_n$ 及ビソノ近傍 $U_1, \cdots$

----, $\overline{U}_n$ ニテ cover サレ, 然カモ $\overline{U}_i\overline{V}_2=0$ ナラシメラレマス。

假定ノ 1) ニヨリ、x_0 ノ近傍 U ヲ適當ニ定メレバ、$\overline{U}_i U \neq 0$ ナレバ, $U\overline{V}_2=0$ ナラシメラレマス。m ハ $\mathfrak{p}_U$ ニ含マレマスカラ mod $\mathfrak{q}_U$ デ加的從ッテ上ノ等式ガ成立致シマス。

次ニ任意ノ点 x 及ビ其ノ近傍 V_0 ニ對シ $x\in V_1\subset V_0$ ニシテ

$$mV_1=\sup_{V_1\supset\overline{U}} mU$$

ナル近傍 V_1 ノ存在スルコトガ容易ニ証明出来マス。(著者 Topologische Masse 参照). 此ノ如キ V_1 ノ全体ヲ $\mathfrak{G}$ トスレバ m ハ $\mathfrak{G}$ ヲ Grund system トスル topologisches Masse トナリマス。然カモ $m\overline{U}_0=1$ ニテ $\mathfrak{F}$ ニ関シテ invariant ナルコトハ明カデアリマス。又 $mU<\infty$ ナルコトハ U ガ TU_0 ノ有限個デ cover サレルコトヨリ明カデアリマス。

定理 6 ニ於テ、1) ノ x_0 ヲ任意トスレバ、2) ニ於テハ、TU_1 $(T\in\mathfrak{F})$ ガ $\mathfrak{R}$ ヲ cover スル U_1 ガ少クトモ一ツ存在スレバ充分デアリマス。如何トナレバ, $\overline{U}_1$ ヲ x ナル任意ノ点 x ニ對シ、Tx $(T\in\mathfrak{F})$ ノ closure ヲ Ax トスレバ、Ax ハ closed 且ツ $\mathfrak{F}$ デ invariant デアリマス。

故ニ此ノ如キ Ax ノ Durchschnitt トシヲ invariant closed + R ニテ、R ヲ x ナル任意ノ x ニ対シ、Tx ($T \in \mathfrak{T}$) ノ closure ガヤハリ R ト一リマス。故ニ R ヲ x_0 ナル一点ヘ relative space R ニテ定理6ノ1)ノ x_0 ノ役ヲ致シマス。故ニ R ノ上ニ invariant measure m ガアリマス。$RU = 0$ ナル U ニ對シテ、$mU = 0$ トスレバ、此ノ m ガ R デノ invariant measure トナリマス。

——18. 3. 15.——

(西大 ニ三六八)