OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	或ル二ツノ積分不等式ニ就イテ
Author(s)	春木, 博
Citation	全国紙上数学談話会. 1943, 253, p. 238-240
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75050
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

1118. 或ル二ツノ積分不等式ニ就イテ

森　木　博(神戸高等商船學校)

コヽデ、次ノ二ツノ積分不等式ガ成リ立ツコトヲ証明シヨウ。

但シ $b>a$ デ $f(x)$ ハ區間 $a\leq x\leq b$ デ、ソ回連續微

条可能ナリトスル。

$$(1)\quad \int_a^b \left[f^{(n)}(x)\right]^2 dx \geqq \frac{1}{b-a}\left[f^{(n-1)}(b)-f^{(n-1)}(a)\right]^2$$

$$(2)\quad \int_a^b x^2\left[f^{(n)}(x)\right]^2 dx$$

$$\geqq \frac{1}{b-a}\left[bf^{(n-1)}(b)-af^{(n-1)}(a)-f^{(n-2)}(b)+f^{(n-2)}(a)\right]^2$$

(1) ノ証明

λ ヲ實數トシ，積分 $\int_a^b \left[f^{(n)}(x)+\lambda\right]^2 dx$ ヲ考ヘレバ

$$\int_a^b \left[f^{(n)}(x)+\lambda\right]^2 dx$$

$$=\int_a^b \lambda^2 dx + 2\int_a^b \lambda f^{(n)}(x)\,dx + \int_a^b \left[f^{(n)}(x)\right]^2 dx$$

$$=(b-a)\lambda^2 + 2\left[f^{(n-1)}(b)-f^{(n-1)}(a)\right]\lambda + \int_a^b \left[f^{(n)}(x)\right]^2 dx$$

上式ハ實數 λ ノ如何ニ拘ラズ $\geqq 0$ ナル故

$$\left[f^{(n-1)}(b)-f^{(n-1)}(a)\right]^2 - (b-a)\int_a^b \left[f^{(n)}(x)\right]^2 dx \leqq 0$$

之ヨリ (1) ヲ得ル。

(2) ノ証明

前ト同様ニシテ

$$\int_a^b \left[x f^{(n)}(x) + \lambda \right]^2 dx$$

$$= (b-a)\lambda^2 + 2\left[\int_a^b x f^{(n)}(x)\, dx \right] \lambda + \int_a^b x^2 \left[f^{(n)}(x) \right]^2 dx$$

トコロガ，部分積分法ニヨリ

$$\int_a^b x f^{(n)}(x)\, dx = \left[x f^{(n-1)}(x) \right]_a^b - \int_a^b f^{(n-1)}(x)\, dx$$

$$= b f^{(n-1)}(b) - a f^{(n-1)}(a) - f^{(n-2)}(b) + f^{(n-2)}(a)$$

ナル故、前ト同様ニ入レ如何ニ拘ラズ ≥ 0 トナルコトヨリ不等式 (2) ヲ得ル。

——— (完) ———