



Title	或ルニツノ積分不等式ニ就イテ
Author(s)	春木, 博
Citation	全国紙上数学談話会. 1943, 253, p. 238-240
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75050
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

1118. 或ルニツノ積合不等式ニ就イテ

春 木 博(神戸高等商船学校)

コノデ、次ノニツノ積合不等式ガ成リ立ツエトテ証明シヨウ。

組シ居 $\lambda > 0$ デ $f(x)$ ノ區間 $a \leq x \leq b$ デ、此回連續微

余可能ナリトスル。

$$(1) \int_a^b [f^{(n)}(x)]^2 dx \geq \frac{1}{b-a} [f^{(n-1)}(b) - f^{(n-1)}(a)]^2$$

$$(2) \int_a^b x^2 [f^{(n)}(x)]^2 dx$$

$$\geq \frac{1}{b-a} [bf^{(n-1)}(b) - af^{(n-1)}(a) - f^{(n-2)}(b) + f^{(n-2)}(a)]^2$$

(1)ノ証明

λ ヲ實數トシ、積分 $\int_a^b [f^{(n)}(x) + \lambda]^2 dx$ ヲ考ヘルニ

$$\begin{aligned} & \int_a^b [f^{(n)}(x) + \lambda]^2 dx \\ &= \int_a^b \lambda^2 dx + 2 \int_a^b \lambda f^{(n)}(x) dx + \int_a^b [f^{(n)}(x)]^2 dx \\ &= (b-a)\lambda^2 + 2[f^{(n-1)}(b) - f^{(n-1)}(a)]\lambda + \int_a^b [f^{(n)}(x)]^2 dx \end{aligned}$$

上式ハ實數 λ ノ如何ニ拘ラズ ≥ 0 トシテ

$$[f^{(n-1)}(b) - f^{(n-1)}(a)]^2 - (b-a) \int_a^b [f^{(n)}(x)]^2 dx \leq 0$$

之ヨリ (1)ヲ得ル。

(2)ノ証明

前ト同様ニシテ

$$\int_a^b [x f^{(n)}(x) + \lambda]^2 dx$$

$$= (b-a)\lambda^2 + 2\left[\int_a^b x f^{(n)}(x) dx\right]\lambda + \int_a^b x^2 [f^{(n)}(x)]^2 dx$$

トゴロガ、部分積分法ニヨリ

$$\int_a^b x f^{(n)}(x) dx = \left[x f^{(n-1)}(x) \right]_a^b - \int_a^b f^{(n-1)}(x) dx$$

$$= b f^{(n-1)}(b) - a f^{(n-1)}(a) - f^{(n-2)}(b) + f^{(n-2)}(a)$$

ナル故、前ト同様ニ λ 如何ニ拘ラズ ≥ 0 ナルコトヲ示ス。不等式 (2) ヲ得ル。

—— (完) ——