



|              |                                                                             |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| Title        | Maximal ideal ノ存在ニ就テ                                                        |
| Author(s)    | 中野, 秀五郎                                                                     |
| Citation     | 全国紙上数学談話会. 1943, 254, p. 313-316                                            |
| Version Type | VoR                                                                         |
| URL          | <a href="https://doi.org/10.18910/75057">https://doi.org/10.18910/75057</a> |
| rights       |                                                                             |
| Note         |                                                                             |

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

# 1124. Maximal ideal / 存在 = 就テ

中野 芳五郎 (東大)

与テ Boolean algebra トシマス。此ノ  
element / 集合  $\mathcal{P}$  が次ノ性質ヲ有スルトキ、即チ

$$1) \mathcal{P} \ni 0,$$

$$2) \mathcal{P} \ni a, a \leq b \rightarrow \mathcal{P} \ni b,$$

$$3) \mathcal{P} \ni a, b \rightarrow \mathcal{P} \ni a \wedge b$$

ナルトキ  $\mathcal{P}$  ヲ Ideal ト呼ビマス。  $\mathcal{P}_0$  ヲ任意ノ Ideal

トスレバ、 $\mathcal{P}_0$  ヲ含ム最大 Ideal が存在スル。 此ノ定

理ハ transfinite Induction ニヨレバ明カデア

リマス。又解析學ニ於テ transfinite Induction

ヲ用ヒナケレバナラヌ主ナル定理ハ此ノ定理ヨリ得ラレ

1 デアリマス。例へば *bicomact space* /  
*direct Product* ハ又 *bicomact* デアル等。従ッ  
 ラコノ定理ハ解析序ニ於テハ *transfinite Induction*  
 ニ換リ得ルモノデアルト考ヘラレマス。殊ニ此ノ定理ハ  
*Auswahlprinzip* カラ直接証明出来ルコトヲ此処ニ  
 注意シタイト思ヒマス。此レハ既ニ氣付カレタ方モアル  
 トハ思ヒマスガ、Zermers / *Wohlordnung* / 証明ガ  
 其儘適用デキルノデアリマス。

此ノ總テノ部分集合ニ其レニ属スル *element* ヲ對  
 應サセタトシマス。( *Auswahlprinzip* = コル) 卽  
 チ任意ノ *Ideal* デ *Maximal* デタイトシマス。然ル  
 トキハ、 $\mathfrak{p}$  / 總テノ *element*  $p \in \mathfrak{p}$  對シテ  $p \wedge x \neq 0$ ,  
 $x \notin \mathfrak{p}$  ナル *element*  $x$  ガ存在シマス。カナル  $x$  / 全  
 体カラナル  $\mathfrak{p}$  / 部分集合ニ對應シテキル *element* ヲ  
 $\mathfrak{p}_+$  トシマス。然ルトキハ、 $\mathfrak{p} = \mathfrak{p}_+$  ヲ加ヘテ一ツノ  
*Ideal* ガ出来マス。此ノ *Ideal* ヲ  $\mathfrak{p}_+$  ト書クコトトシ  
 マス。

ニツノ *Ideal*  $\mathfrak{p}, \mathfrak{q}$  ガアツテ、 $\mathfrak{p} \subset \mathfrak{q}$  ナルトキハ  
 $\mathfrak{p} \subseteq \mathfrak{q}$  ト書クコトトシマス。今 *Ideal* / 集合  $\{\mathfrak{p}_\alpha\}$   
 ガアツテ  $\{\mathfrak{p}_\alpha\}$  ヲ  $\mathfrak{p}_\alpha, \mathfrak{p}_\beta$  ナル任意ノニツニ對シテ  $\mathfrak{p}_\alpha \subseteq \mathfrak{p}_\beta$   
 カ  $\mathfrak{p}_\alpha \supseteq \mathfrak{p}_\beta$  / 何レカニ成立スルトキ、 $\{\mathfrak{p}_\alpha\}$  ハ *linear*  
*ordered* ト云フコトトシマス。 $\{\mathfrak{p}_\alpha\}$  ガ *linear*  
*ordered* デアルトキハ *Vereinigung*  $\sum_{\alpha} \mathfrak{p}_\alpha$  ハ又

明カ = Ideal トナリマス。此、Ideal  $\mathcal{I}$   $\cup \mathcal{I}_\alpha$  ト書  
クコトヲ致シマス。

Ideal / 集合  $K$  が次ノ性像ガアルトキ、即チ

$$1) K \ni \mathcal{I} \rightarrow K \ni \mathcal{I}_+$$

$$2) K \supset \{\mathcal{I}_\alpha\}, \{\mathcal{I}_\alpha\} \text{ linear ordered}$$

$$\rightarrow K \ni \bigcup \mathcal{I}_\alpha$$

ナルトキ  $K$   $\mathcal{Kette}$  ト呼ガコトトシマス。

$\mathcal{I}_0$   $\mathcal{I}$  任意ノ Ideal トシマス。 $\mathcal{I}_0 \subseteq \mathcal{I}$  ナルスベテ  
ノ Ideal  $\mathcal{I}$  ハ明カ =  $\mathcal{Kette}$   $\mathcal{I}$  ナリ。然カモ  $\mathcal{I}_0$   $\mathcal{I}$   
含ミ、如何ナル element  $\mathcal{I} \in \mathcal{I}_0$  デアリマス。此ノ  
様ナルスベテノ  $\mathcal{Kette}$  / Durchschnitt  $\mathcal{I} K_0$  ト  
スレバ、 $K_0$  ハ此ノ如キ最小ノ  $\mathcal{Kette}$  トナリマス。

$K_0 \ni \mathcal{I}$  / Ideal  $\mathcal{I}$  が

$$K_0 \ni \mathcal{I}, \mathcal{I} < \mathcal{I}_n \rightarrow \mathcal{I}_+ \subseteq \mathcal{I}_n$$

ヲ満足スルトキ、normal ト名ヅケマス。然ルトキハ  
 $\mathcal{I}_0$  ハ明カ = normal デアリマス。今  $\mathcal{I}_n$   $\mathcal{I}$  normal  
トシ、 $K_0 \ni \mathcal{I}$ ,  $\mathcal{I} \subseteq \mathcal{I}_n$  ナル  $\mathcal{I}$  / 全部ト  $K_0 \ni \mathcal{I}$ ,  $\mathcal{I} \subseteq \mathcal{I}_+$   
ナル  $\mathcal{I}$  / 全部ノ和ヲ  $K_1$  トスレバ、 $K_1$  ハ明カ =  $\mathcal{Kette}$  ト  
ナリマシテ、 $K_1 \subset K_0$ ,  $K_1 \ni \mathcal{I}_0$  デアリマスカラ、 $K_0 = K_1$   
デナケレバナリマセン。従ツテ又  $\mathcal{I}_+$   $\mathcal{I}$  normal デアリ  
マス。然カモ  $\mathcal{I}_n$  が normal ナレバ他ノ  $K_0 \ni \mathcal{I} = \mathcal{I}_+$  對  
シテ、 $\mathcal{I} \subseteq \mathcal{I}_n$  が成立スルコトが同時ニ知ラレマス。

$\{\mathcal{I}_\alpha\}$   $\mathcal{I}$  linear ordered ナル  $K_0$  / normal ナ

*Ideal* / 集合トシマス。先づ明カ =  $\bigcup \mathcal{K}_\alpha \in K_0$  デアリマス。 $K_0 \ni \mathcal{P}$  デ何レカーツノ  $\mathcal{K}_\alpha =$  對シ  $\mathcal{P} \subset \mathcal{K}_\alpha$  トナル  $\mathcal{P}$  / 全部ト  $K_0 \ni \mathcal{P}$ ,  $\mathcal{P} \subseteq \bigcup \mathcal{K}_\alpha$  ナル  $\mathcal{P}$  / 全部トノ和集合ヲ  $K_2$  トスレバ,  $K_2$  ハ又明カ = *Kette* トナリ,  $K_2 \subset K_0$ ,  $K_2 \ni \mathcal{P}_0$  デアリマス。故ニ  $K_2 = K_0$  デナレバナリマセン。

從ツテ  $K_0 \ni \mathcal{P}$ ,  $\mathcal{P} \subset \bigcup \mathcal{K}_\alpha$  ナレバ、何レカーツノ  $\mathcal{K}_\alpha =$  對シ  $\mathcal{P} \subset \mathcal{K}_\alpha$ 、從ツテ  $\mathcal{P}_1 \subseteq \mathcal{K}_\alpha \subseteq \bigcup \mathcal{K}_\alpha$  トナリマスカラ、 $\bigcup \mathcal{K}_\alpha$  ハ又 *normal* デアリマス。

以上ニヨリ  $K_0$  / *normal Ideal* / 全体ヲ  $N$  トシマス、 $N$  ハ又 *Kette* トナリマシテ、 $N \subset K_0$ ,  $N \ni \mathcal{P}_0$  デアリマス。故ニ  $N = K_0$ 。然カ  $\in N$  ハ *linear, ordered* デナレバナリマセンカラ、 $\Sigma N$  ハ *Ideal* トナリ、然カモ  $\mathcal{P}_0$  ヲ含ム *Maximal Ideal* デアリマス。

以上、証明ハ  $\mathcal{L}$  が *Boolean Algebra* デナツトモ *semi-ordered* デ任意ノ  $a, b \in$  對シ  $a \geq c, b \geq c$  ナル  $c$  が存在スレバ、其ノマ、適用ナレルコトハ明カデアリマス。

(18. 4. 28)