OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	L. Pontrjagin ノ双對定理ノ証明ニツイテ
Author(s)	吉田, 耕作
Citation	全国紙上数学談話会. 1943, 254, p. 318-321
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75059
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

1126. L. Pontrjagin ノ双對定理ノ証明ニツイテ

吉田　耕作（名大）

先キノ談話デ"函數環"ノ考ヘヲ使ッテ compact 群ニ関スル浜中氏双對定理ヲ幾分簡單ニ証明シタ。局所 compact 十可換群 G ノ双對定理（L. Pontrjagin）モ"ノなす環"ノ考ヘトPlancherel 定理ヲ使ッテ D. Raikov ガ証明シテヰル。Raikov ハ Haar 測度ニ関スル Weil－小平ノ定理ヲ知ラナイラシク(1)ソノタメ一般ラカンノ証明ガ冗長？ナセウ一思ハレルノデ以下

(1) モットモ結局 Raikov ハ，可換群ノ場合ノ Weil－小平ノ定理ノ証明ヲシテヰルコトニナル訳デセウガ。

ニ於ケル簡單化サレタ証明ヲ述ベテミタイ。

Gノ連續指標ノ群ヲ G^*, G^*ノ位相ハ G^*ノ單位ノ近傍トシテ，Gノ任意ノ compact 集合 Cト $\varepsilon>0$トニ対シテ得ラレル $\{g^* \mid |g^*(g)-1|<\varepsilon,\ g\in C\}$ヲトルコトニヨリ定義スル（Pontrjagin）．G^*ノ連續指標ノ群 G^{**}ニ同ジヤウニシテ位相ニ入レル。代數的ニ $G\subseteq G^{**}$ハ明カデアルガ双對定理ノ証明ノ核心ハ位相的ニ $G\subseteq G^{**}$ 即チ Gノ位相ガ G^{**}ノ位相カラ induce サレタ部分集合トシテノ位相ト一致スルコトデアル。

偖テ $\chi(g)\in L^2(G)$トスレバ Weil－小平ノ定理デ Gノ單位ノ近傍ハ

(1) $$\left\{h \,\middle|\, \varepsilon>\int_G |\chi(g+h)-\chi(g)|^2 dg\right\}$$

ノ如キモノカラ生成サレル。所ガ Plancherel ノ定理ニヨリ変換

$L^2(G)\ni Z\to Z^*\in L^2(G^*)$, $L^2(G^*)\ni Z^*\to Z^{**}\in L^2(G^{**})$

ハイヅレモうにたりーデアル：

$$Z^*(g^*)=\int_G Z(g)g^*(g)dg,\quad g^*\in G^*$$

$$Z^{**}(g^{**})=\int_{G^*} Z^*(g^*)g^{**}(g^*)dg^*,\quad g^{**}\in G^{**}$$

故ニ

$$\int_G |\chi(g+h)-\chi(g)|^2 dg$$

$$=\int_{G^*} |g^*(-h)\chi^*(g^*)-\chi^*(g^*)|^2 dg^*$$

$$=\int_{G^{**}} |\chi^{**}(g^{**}-h)-\chi^{**}(g^{**})|^2 dg^{**}$$

ヨッテ G ノ単位ノ近傍(1)ハ，Weil－小平定理ニヨル，G^{**} ノ単位ノ近傍

$$\left\{h^{**} \mid \varepsilon > \int_{G^{**}} |\chi^{**}(g^{**}-h^{**})-\chi^{**}(g^{**})|^2 dg^{**}\right\}$$

ノ G ヘノ射影トシテ得ラレル。逆ニ G^{**} ノ単位ノ近傍ノ G ヘノ射影ガ G ノ単位ノ近傍ナルコト即チ embedding $G \xrightarrow{in} G^{**}$ ノ連続性ハ位相ノ定義カラ容易ニ云ヘルコトデアルカラ証明ヲ了ル。

(注意) 尚ハコノ最後ノ部分モ Plancherel 定理ヲ使ヘバ初メノ部分ト同ジヤウニ証明デキルノデアル。即チ任意ノ $w^{**} \in L^2(G^{**})$ ニ対シ変換

$$L^2(G^{**}) \ni w^{**} \longrightarrow w^* \in L^2(G^*)$$

$$L^2(G^*) \ni w^* \longrightarrow w \in L^2(G)$$

ガ双方共ニうにたリーナコトヲ使ヘバヨイ

$$w^*(g^*)=\int_{G^{**}} w^{**}(g^{**})g^{**}(g^*)dg^{**}$$

$$w(g) = \int_{G^*} w^*(g^*)\, g^*(g)\, dg^*$$