1136. 春木氏ノ「積分不等式」ニ就テ

豊田理化學研究所　佐藤常三

第253号，1118ニ於テ春木氏ノ求メニナラレタニツノ積分不等式

$$(1)\quad \int_a^b \left[f^{(n)}(x)\right]^2 dx \geqq \frac{1}{b-a}\left[f^{(n-1)}(b)-f^{(n-1)}(a)\right]^2$$

$$(2)\quad \int_a^b x^2\left[f^{(n)}(x)\right]^2 dx \geqq \frac{1}{b-a}\left[bf^{(n-1)}(b)-af^{(n-1)}(a)\right.$$
$$\left.-f^{(n-2)}(b)+f^{(n-2)}(a)\right]^2$$

（但シ $b>a$，$f(x)$ ハ $a\leqq x\leqq b$ デ n 回連續微分可能）

ハ Schwarz 不等式カラ直接誘導サレルモノデハナイデセウカ。

(1) ハ

$$(1').\quad \left[\int_a^b \varphi(x)\,dx\right]^2 \leqq (b-a)\int_a^b \left[\varphi(x)\right]^2 dx$$

カラ，又

(2) ハ

$$(2')\quad \left[\int_a^b x^p\varphi(x)\,dx\right]^2 \leqq (b-a)\int_a^b x^{2p}\left[\varphi(x)\right]^2 dx,$$

但シ
$$\left\{\begin{array}{l}\displaystyle\int_a^b x^p\varphi(x)\,dx = \left[x^p\varphi_1(x)\right]_a^b - p\int_a^b x^{p-1}\varphi_1(x)\,dx,\\ \varphi_1'(x)=\varphi(x)\end{array}\right.$$

カラ

従ッテ若シモ Hölder 不等式ヲ用ヒレバ，尚一般化サレマス。例ヘバ (1) ハ

$$\int_a^b \left| f^{(n)}(x) \right|^p dx \geqq \frac{1}{(b-a)^{p-1}} \left| f^{(n-1)}(b) - f^{(n-1)}(a) \right|^p$$

$(p > 1)$