



Title	保測変換ヲモツ測度代数ノエルゴード部分ヘノ分解
Author(s)	岩村, 聯; 河田, 敬義
Citation	全国紙上数学談話会. 1943, 257, p. 468-479
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75076
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

1143. 保測変換ヲモツ測度代数, エルゴード部分ヘノ分解

岩 村 聯 (東大學生)

河 田 徹 義 (大理大)

§ 1.

保測変換が定義サレテキル測度空間 $(\Omega, \mathcal{B}, m)$ ヲ
エルゴード部分ニ分解スル問題ハ J. v. Neumann, Kryloff
- Bogolionboggoff ヲ又角谷氏等ニヨツテ論ゼラレテキ
ル。此処デモ或ル意味デ同ジ分解ノ問題ヲ考ヘテミル。

方法ハ談話 1123 「連続幾何學ニツイテ」 ト全ク同ジコ
トラ談話 1134 「不変測度ノ存在ニツイテ, II」ノ結果ニア
テハメレバヨイノデ, 此処デハ結論ト方針ト必要ナル変更
ダケヲ注意スルコトトスル。

$\mathcal{L}$ ヲ σ -完備デール代数, m ヲ $\mathcal{L}$ ノ上ノ完全加法的測
度函数デ $m(1)=1$, 且ツ $a > 0$ ナラバ $m(a) > 0$ ノ満足ス
ルモノトスル。別ニ $\mathcal{L}$ 上ノ保測変換 $\sigma: a \leftrightarrow a^\sigma \in \mathcal{L}$
デ

$$(1) \quad 0^\sigma = 0, \quad 1^\sigma = 1, \quad (a \cup b)^\sigma = a^\sigma \cup b^\sigma, \quad (a \cap b)^\sigma = a^\sigma \cap b^\sigma, \\ m(a^\sigma) = m(a)$$

ノ作ル群 $\mathcal{G}$ ガ準ヘラレテキルモノトスル。

[注意: コレカラ任意ノ $\{a_\alpha\}$ ニ對シテ $(\bigvee_\alpha a_\alpha)^\sigma = \bigvee_\alpha a_\alpha^\sigma$ ト
ナル]。

$\mathcal{O}_f$ がエルゴード的デアルトハ、任意、 $a > 0, b > 0$
 $(a, b \in \mathcal{L}) =$ 対シテ 適當 $= \sigma \in \mathcal{O}_f$ ヲ 選ベバ

$$a \wedge b^\sigma > 0$$

ナラシメ得ルコトヲ言フ。

今、 $\mathcal{L}$ ノ 核心ヲ $\mathcal{F} = \{C; C^\sigma = C \text{ (スベテ } \sigma \in \mathcal{O}_f \text{ = 對シテ)}\}$ デ 定義スレバ、 $\mathcal{F}$ ハ σ -完備ブール代数トナリ、 $\mathcal{O}_f$ がエルゴード的デアルタメノ 必要十分條件ハ $\mathcal{F}$ が 0 ト / ト / ミヨリナシコトデアイル。

目的トスル結論ハ

定理 「 $\mathcal{L}$ ト $\mathcal{O}_f$ ト が 與ヘラレテオルトキ、アル 大々 $\mathcal{O}_f$ ト 同型ナ $\mathcal{O}_\mu$ ヲ エルゴード的保測度換群トシテモツ σ -完備ブール代数 $\mathcal{L}_\mu$ ノ 集リが 存在シテ 次ノ 諸條件ヲ 満スヤウニ 出来ル:

- (i) $\mathcal{L} \ni a \rightarrow a_\mu = \varphi_\mu(a) \in \mathcal{L}_\mu$ ナル 準同型對應が存在シ、特ニ $(\varphi_\mu(a))^\sigma = \varphi_\mu(a^\sigma)$ 。
- (ii) (i) デ 得ラレル $\mathcal{L} / \sum_\mu \oplus \mathcal{L}_\mu$ ナル 直和ブール代数 (ノ 一部) ヘノ 對應ハ 束同型對應デアイル。
- (iii) $\{\alpha\}$ ノ 集リ A ヲ 基トシテ μ ノ 測度空間 (A, β_A, μ) が 定義カレテ
- (iv) $\mathcal{L}_\mu$ 上ノ 測度ヲ m_μ ト スルト、 $\mathcal{L} \ni a =$ 對シテ $m_\mu(\varphi_\mu(a))$ ハ $\alpha \in A$ ノ 函数トシテ μ -可測デ、

$$(v) \quad m(a) = \int_A m_\mu(\varphi_\mu(a)) \mu(d\alpha)$$

(iv) $a \rightarrow \varphi_\alpha(a)$ の無限ノ算法ニ對シテハ必ずシモ同型
 テハナイガ、今 $\{a_n\}$, $a_n \in \mathcal{L}$ ヲツキメレバ、
 $\nu \leq$ 對シテ A 上高々測度 0 ノ全体 N がキマリ、
 N 中 $\alpha =$ 對シテハ

$$\varphi_\alpha(\bigvee_n a_n) = \bigvee_n \varphi_\alpha(a_n)$$

が成立スル。』

初メニ分解合同ニ關スル若干ノ性質ヲ擧ゲル。

$$a \sim b \text{ トハ } a = \bigvee_{n=1}^{\infty} a_n, b = \bigvee_{n=1}^{\infty} b_n,$$

$$a_i \wedge a_j = b_i \wedge b_j = 0 \ (i+j), a_n^{\sigma_n} = b_n, \sigma_n \in \mathcal{O}_f \text{ ト}$$

ヲラハサレルコトヲイフ。コレニヨリ $a \geq c \xrightarrow{\sigma} d = \bigvee_{n=1}^{\infty} (c \wedge a_n)^{\sigma_n} \leq b$ ナル對應ガキマル。

$a \succ b$ トハ $a \sim a^* \succ b$ ナル a^* ノ存在スルコトヲイフ。

之等ニツイテハ談話 1134, Lemma 1-7, 普通ノ
 性質ガ成立スル。連續幾何學 / Halperin / 定理ニ對應
 スルモノヲコニ補ツテオク。

補題 I (i) $a_n \prec b, a_1 \geq a_2 \geq \dots$ ナラバ $\bigwedge_{n=1}^{\infty} a_n \prec b$
 (ii) $a_n \preceq b, a_1 \leq a_2 \leq \dots$ ナラバ $\bigvee_{n=1}^{\infty} a_n \preceq b$

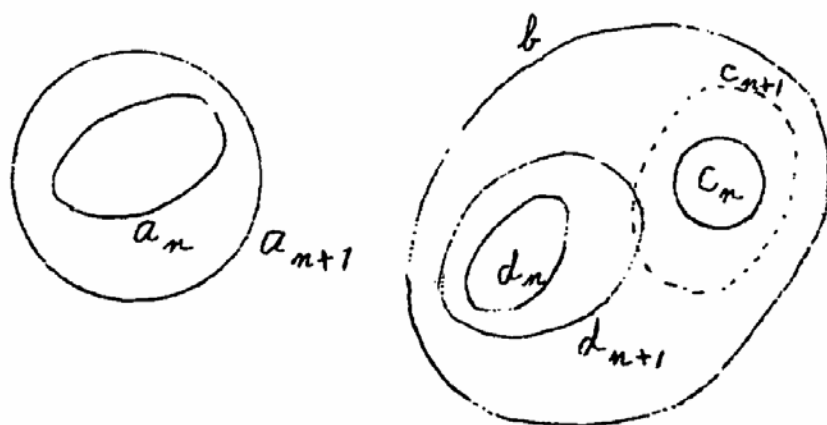
(証) 談話 1134,

Lemma 6 カラ (i)

ト (ii) トハ同ジコト

デアルカラ, (ii) 丈

ヲ証明スル。



$a_n \sim^n c_n \leq b, a_{n+1} \sim^{n+1} d_{n+1} \leq b$ トスレバ, $a_{n+1} \geq a_n$
 カラ, アル $d_n \leq d_{n+1}$ = 對シテ $a_{n+1} \geq a_n \sim^n d_n \leq d_{n+1} \leq b$
 トナル。

談話 1134, Lemma 6 カラ $b - c_n \leq b - d_n + \nu$ 合
 同分解が存在スル。ソ、對應ニヨツテ $c_{n+1} - c_n \leq d_{n+1} - d_n$
 $= c_{n+1}$ ノ定メレバ, $a_n \sim^n c_n$ ト合セテ, $a_{n+1} \sim^{n+1} c_{n+1} \geq c_n$
 トナル。

ヨツテ $a_1 \leq a_2 \leq \dots$ = 對シテ $c_1 \leq c_2 \leq \dots \leq b$
 フトリ,

$a_1 \sim c_1, a_2 - a_1 \sim c_2 - c_1, \dots, a_{n+1} - a_n \sim c_{n+1} - c_n, \dots$
 ナラシメルコトが出来ル。故ニ之等ヲ合セテ

$$\bigvee_{n=1}^{\infty} a_n \sim \bigvee_{n=1}^{\infty} c_n \leq b$$

トナル。 q. e. d.

次ニ $\mathcal{L}$ ノ元ヲ $a \sim b$ ナル對當關係ヲ組ニ分ケテ, $A, B,$
 $\dots$ トスル: 例ヘバ $A = K_a = \{a', a' \sim a\}$. カナル組
 全体ヲ $\mathcal{L}$ トカク: $\mathcal{L} = \{K_a; a \in \mathcal{L}\}$. 特ニ $\mathcal{Z} \ni c$
 ハ c ー ツ ヌ ヌ 組ヲ作ル。

$A, B, \dots \in \mathcal{L}$ ノ間ノ關係: $A + B, A - B, A > B,$
 又 cA ($c \in \mathcal{Z}$) 等ノ定義ハ談話 1134, 定義 10ヲ参照。

$\mathcal{L}$ ノ完備束ヲ作ルコトハ談話 1123ト同様。

§ 2

$\mathcal{L}$ ノ核心子ハヌバール代數ヲアツタ。今 $\mathcal{Z}$ ノ最大

又對イデアルトスル: (i) $\mathcal{C} \ni C_1, C_2$ 十ラバ $\mathcal{C} \ni C_1 \cap C_2$,
(ii) $\mathcal{C} \ni C_1 \subseteq C_2$ 十ラバ, $\mathcal{C} \ni C_2$, (iii) カ>ル性質ヲモツ(十子
十ル) 最大 $1 \in 1$.

カ>ル $\mathcal{C}$ 十全体ヲ $\mathcal{M}$ トスル。Stone 十方法ヲ位相ヲ
導入スレバ, $\mathcal{M}$ ハヒコムパクト十 Hausdorff 空間トナル。

$C \in \mathcal{C} =$ 對シテ

$$\mathcal{M}(C) = \{ \mathcal{C}; \mathcal{C} \ni C \}$$

トスレバ, $C \rightarrow \mathcal{M}(C) \wedge \mathcal{C}$, $\mathcal{M}$ 十部分集合ニ, 束同型表現
トナリ, $\mathcal{M}(C)$ ハ開且閉集合デアイル。

今 $\mathcal{M}$ 上, Borel 集合 = 對シテ測度 μ ヲ

$$(2) \quad \mu(\mathcal{M}(C)) = m(C)$$

ナル様ニ定義スルコトが出来ル。

談話 1134, 定義 9 及 386 頁, (9) 式カヲ

$$(3) \quad \begin{cases} Z_0 = 1 - Z, \\ 1 = Z_0 \cup Z_1 \cup \dots \cup Z_n \cup \dots, Z_i \cap Z_j = 0 \ (i \neq j), \\ Z_n \in \mathcal{C} \end{cases}$$

ト分解シテ

$$(4) \quad \mathcal{L}_n = \{ a; a \leq Z_n \}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

トオケバ

$$(5) \quad \mathcal{L} = \sum_{n=0}^{\infty} \oplus \mathcal{L}_n$$

トナリ, 之等 $\mathcal{L}_n$ ハ又 $\mathcal{U}$ ヲ保測変換群トスル測度代数トナ
ル。 $\mathcal{L}_0$ ヲ ∞ 型 (minimal 十元, $1 \in 1$), $\mathcal{L}_n$ ヲ n

型 ($n = 1, 2, \dots$) ($I = a_1 \cup \dots \cup a_n, a_1 \sim a_2 \sim \dots \sim a_n, a_i \cap a_j = \emptyset (i \neq j)$ + μ minimal + a_1) 存在スル場合) と呼ばう。

定理 1 $\mathcal{F}$ (i) $\mathcal{L}$ は ∞ 型トスル。 § 1 の組合せ、作
ルの完備束 $\mathcal{L}$ に $A =$ 對シテ、 $\mathcal{M}$ 上、連続函数 $f_A(\mathcal{P})$ が對
應サセテ

$$(i) \quad 0 \leq f_A(\mathcal{P}) \leq 1,$$

$$(ii) \quad \text{スベテノ } \mathcal{P} \in \mathcal{M} = \text{對シテ } f_A(\mathcal{P}) = f_B(\mathcal{P}) \text{ + ラバ } A = B,$$

$$(iii) \quad f_{A \cup B}(\mathcal{P}) = \text{Max}(f_A(\mathcal{P}), f_B(\mathcal{P})),$$

$$f_{A \cap B}(\mathcal{P}) = \text{Min}(f_A(\mathcal{P}), f_B(\mathcal{P})).$$

$$(iv) \quad A+B, A-B \text{ が定義サレルトキハ } f_{A \pm B}(\mathcal{P}) = f_A(\mathcal{P}) \pm f_B(\mathcal{P})$$

$$(v) \quad m(A) = \int_{\mathcal{M}} f_A(\mathcal{P}) \mu(d\mathcal{P})$$

$$(vi) \quad A_1 \supseteq A_2 \supseteq \dots, A_0 = \bigwedge_{n=1}^{\infty} A_n \text{ + ラバ, } \mathcal{M} \text{ 上殆ンドイタルトコロ (従ッテ第一類集合ヲ除イテ)}$$

$$f_{A_0}(\mathcal{P}) = \lim f_{A_n}(\mathcal{P})$$

單調増大列 = 對シテモ同様。

$$(vii) \quad \text{逆 = 任意ノ } 0 \leq f(\mathcal{P}) \leq 1 \text{ + ル } \mathcal{M} \text{ 上、連続函数}$$

$$f(\mathcal{P}) = \text{對シテ}$$

$$f(\mathcal{P}) = f_A(\mathcal{P})$$

+ ル $A \in \mathcal{L}$ が存在スル。

(v) $\mathcal{L}$ が n 型 / 場合 $\wedge$ (i) $\neq f_A(p)$, 取ル値 $\wedge$ $0, \frac{1}{n}, \dots, \frac{n-1}{n}$, / ト制限サレル. 又 (vii) $\neq f(p)$ / トル値が $0, \frac{1}{n}, \dots, 1$ 丈ケ / 場合 $= f(p) = f_A(p)$ ナル $A \in \mathcal{L}$ が存在スル。』

(証) (i) がケ考ヘル。

今 $p \in \mathcal{M}$ フォーシ定メテ, $a = b(p)$ トハアル $c \in p$
 $=$ 対シテ $a \wedge c = b \wedge c$ トナルコト, スル。コレヲ $\mathcal{L}$ フ組
 $=$ 分ケテ $(a)_p, (b)_p, \dots$ トスル: $(a)_p = \{a'; a = a'(p)\}$.
 又ソノ全体ヲ $(L)_p = \{(a)_p; a \in \mathcal{L}\}$ トカク。 $(L)_p$ ハ
 又 (必ズレモ σ -完備デナイガ) ブール代数ヲ作り, $a = b(p)$
 ナラ $a^\sigma = b^\sigma(p)$ カラ of ハ又 $(L)_p$ / 自己同型群ト見ル
 コトが出来ル。

$(a)_p \sim (b)_p$ トハアル $c \in p$ デ $a \wedge c \sim b \wedge c$ トナルコ
 ト, スレバ, $(L)_p$ ハ更ニ組分ケサレテ $(\mathcal{L})_p$ ラ作ル。

コレハ別ニ立場カラ見レバ, $\mathcal{L}$ フ, $A = B(p)$ フアル
 $c \in p$ デ, $cA = cB$ トナルコトヲ定義シテ, ソレニヨッテ
 組分ケシタモノニ等シイ。(談話 1123, §5)

$(A)_p \supseteq (B)_p$ フアル $c \in p$ デ $cA \supseteq cB$ トナルコト
 デ定義スレバ, $(\mathcal{L})_p$ ハ全順序集合トナリ, 又スベテ
 $p \in \mathcal{M}$ デ $(A)_p \supseteq (B)_p$ ナラバ, $A \supseteq B$ トナル。(談話 1123,
 補題 5, 6 参照)

ヨッテアル $p \in \mathcal{M}$ フォーシキメテ, $A \in \mathcal{L} =$ 対シテ

$$\Delta^0 = \{r; (r1)_p \supseteq (A)_p\}, \quad \Delta' = \{r; (r1)_p \supseteq (A)_p\}$$

トオケバ

$$\sup \Delta^{\circ} = \inf \Delta'$$

が成立スル。(談話 1123, 補題 7)。故 =

$$(6) \quad f_A(p) = \sup \Delta^{\circ} = \inf \Delta'$$

トオケバ, 談話 1123, 補題 8, 9, 定理 1 ト同様 =, $f_A(p)$ ハ
定理 1 (i) (ii) (iii) (iv) (vii) ヲ満足スル。

(v) ハ $f_A(p)$ ノ定義ト談話 1134, 387 頁 (13), (14) 式トカ
ラ明カデアル。

(vi) ハ (iii) ト (v) トカラ 直チ = 得ラレル。 q.e.d.

§ 3

(6) 式ノ $f_A(p)$ ハ $A = B(p) + \tau f_A(p) = f_B(p)$, 即チ
 $(L)_p$ ノ上ノ函数デアル。 $(L)_p$ ハ $(L)_p$ ノ組合ケ, $(L)_p$ ハ
 L ノ組合ケデアルカラ

$$(7) \quad f_a(p) = f_A(p), \quad K_a = A, \quad \text{或ハ} \quad (a)_p \in (A)_p$$

ト定義スレバ

$$(8) \quad \delta((a)_p, (b)_p) = f_{a \vee b}(p) - f_{a \wedge b}(p)$$

ハ $(L)_p$ ノ準距離ヲ定義スル。(談話 1123, § 7)

ソコデ $\delta((a)_p, (b)_p) = 0$ ナルモノヲ組 = マトメテ
 $(L)_p$ カラ $(\overline{L})_p$ ヲ作レバ, $(\overline{L})_p$ ハ又一ツノブール代数
ヲ與ヘ, δ ハ $(\overline{L})_p$ 上ノ距離 = ナル。且ツ $\delta((a)_p, (b)_p) = 0$
ナラバ $f_a(p) = f_b(p)$ デアル。

$$\text{又 } \delta((a)_p, (b)_p) = 0 \text{ ナラバ } \delta((a^{\sigma})_p, (b^{\sigma})_p) = 0 \text{ カラ}$$

$\mathcal{O}$ の $(\overline{L})_p$ 上、自己同型群ト見做スコトが出來ル。

談話 1123, 補題 10, 11, 12 カラ $(\overline{L})_p$ ハ σ 完備ブール代数 = ナル。

明カ = $\mathcal{L} \ni a \rightarrow (\overline{a})_p \in (\overline{L})_p$ ハ東洋同型對應デ,
 $(\overline{a^\sigma})_p = (\overline{a})_p^\sigma$, $\sigma \in \mathcal{O}$ デアルガ逆 = トベテ / $p \in \mathcal{M}$
 = 對シテ $(\overline{a})_p = (\overline{b})_p$ + ラ $a = b$ トナル。 (談話 1123, §7).

補題2 Γ $(\overline{L})_p \ni (\overline{a})_p = \text{對シテ}$

$$(1) \quad m_p((\overline{a})_p) = f_a(p)$$

トオケバ, m_p ハ $(\overline{L})_p$ 上、完全全加法的測度函数デ

$$m_p((\overline{1})_p) = 1; (\overline{a})_p > 0 \text{ + ラ } m_p((\overline{a})_p) > 0;$$

$$m_p((\overline{a})_p^\sigma) = m_p((\overline{a})_p)$$

ヲ満足スル。

証明ハ談話 1123, 補題 10, 11, 12 カラ: —

補題3 $\mathcal{O}$ ヲ保測変換群トスル $(\overline{L})_p$ 中 $(\overline{a})_p \sim (\overline{b})_p$

トルタメ、必要十分條件ハ

$$f_a(p) = f_b(p)$$

ナルコトデアル。

(証) (1) $(\overline{L})_p$ 中 $\mathcal{O}$ = 關シテ $(\overline{a})_p \sim (\overline{b})_p$ トスレバ

$$(\overline{a})_p = \bigvee_{n=1}^{\infty} (\overline{a}_n)_p, (\overline{b})_p = \bigvee_{n=1}^{\infty} (\overline{b}_n)_p,$$

$$(\overline{a}_i)_p \wedge (\overline{a}_j)_p = (\overline{b}_i)_p \wedge (\overline{b}_j)_p = 0 (i \neq j), (\overline{a}_n)_p^{\sigma_n} = (\overline{b}_n)_p,$$

$$\sigma_n \in \mathcal{O}_f, (n=1, 2, \dots)$$

↑ル 分解が↑ル。故=補題 2 カラ

$$f_a(p) = \sum_{n=1}^{\infty} f_{a_n}(p) = \sum_{n=1}^{\infty} f_{b_n}(p) = f_b(p)$$

↑+ル。

$$(a) \text{ 逆} = f_a(p) = f_b(p) \text{ ↑スル。 } (b) \text{ カラ } c \in p \text{ 7}$$

適當=トレバ

$$\gamma \leq f_A(p) \leq \gamma + \varepsilon$$

↑ル γ = 對シテ

$$a \cap c \geq a^* \cap c \sim \gamma \cdot 1 \cap c \sim b^* \cap c \leq b \cap c$$

7 満足セシメルコトが出来ル。 $a^* \cap c \sim b^* \cap c$ カラ

$$a^* \cap c = \bigvee_{n=1}^{\infty} a_n^*, \quad b^* \cap c = \bigvee_{n=1}^{\infty} b_n^*, \quad a_i^* \wedge a_j^* = b_i^* \wedge b_j^* = 0 (i \neq j),$$

$$(a_n^*)^{\sigma_n} = b_n^*, \quad \sigma_n \in \mathcal{O}_f \quad (n=1, 2, \dots)$$

↑スレバ, N 7 ↑分大=スレバ

$$a' = \bigvee_{n=1}^N a_n^*, \quad b' = \bigvee_{n=1}^N b_n^* \text{ 對シテ } f_{a'}(p) = f_{b'}(p)$$

$\geq \gamma - \varepsilon$ ↑ラシメルコトが出来ル。

(談話 1123, 補題 10, 11 参照)

コノトキ又 $(\overline{L})_p$ 中 $(\overline{a'})_p \sim (\overline{b'})_p$ テアルカラ

$$f_{a-a'}(p) = f_{b-b'}(p) = f_a(p) - f_{a'}(p)$$

$$= f_b(p) - f_{b'}(p) \leq 2\varepsilon$$

↑ナル。コノ操作ヲ可算回施セバ (Principle of exhaustion),

$(\overline{L})_p$ / 定義カラ 遂 =

$$(\overline{a})_p \sim (\overline{b})_p \text{ in } (\overline{L})_p$$

が得ラレル。 q. e. d.

補題4

$(\overline{L})_p$ 中 補題2ノ如ク m_p ヲ定義スルト,
一ツノ σ_f ヲ保測変換群トスル測度代数トナリ,
一ツノ σ_f ハ
エルゴード的トナル。

(証) 補題3カラ $f_a(p) >, <, = f_b(p) =$ 應シテ
 $(\overline{a})_p >, <, = (\overline{b})_p$ トナル。故ニ $(\overline{L})_p$ ノ核心ハ 0, 1 以外
ニハ存在シ得ナイ。

ヨツテ定理1ト合セテ

定理2

$\mathcal{J}$ ノ最大双対イテマル p ノ全体ノ作ルヒコ
ムパクト Hausdorff 空間ヲ $\mathcal{M}$ トスルト,
各 $p \in \mathcal{M}$ = 對シテ σ_f ヲ保測変換群トスル完備測度代数 $(\overline{L})_p, m_p$
が定マリ。

(i) $(\overline{L})_p$ ハ σ_f ニ關シテエルゴード的,

(ii) $\mathcal{L} \ni a \rightarrow (\overline{a})_p \in (\overline{L})_p, p \in \mathcal{M}$ ハ $\mathcal{L}$ ノ

$\sum_{p \in \mathcal{M}} \oplus (\overline{L})_p$ ノ一部分ヘノ束同型對應ヲ

$$a^\sigma \rightarrow (\overline{a})_p^\sigma, \sigma \in \sigma_f.$$

$$(iii) \quad m(a) = \int_{\mathcal{M}} m_p(a) \mu(dp)$$

(iv) $\{a_n\}$ ヲ一ツキメレバ,
ソレニ對シテ μ 測度0ノ
集合 $N \subset \mathcal{M}$ (從ツテ $\mathcal{M}$ ノ第一類集合)ヲ除イテ

$$\overline{(V_n a_n)}_p = V_n(\overline{a_n})_p, \quad p \notin N$$

が成立スル。□

コレハ⑤ / デモトメコウトシタ 定理ニ他ナラナイ。

(18, 8, 13)

× × × × ×

前略

仙台ノ数物デ一す話シマシタコトデ、簡單十
注意デスガ、岩村君ト一緒ニ次ノ様ニ書イテ見
マシタ。紙上談話會ニ載セテイタジケレバ幸甚デス。

毎日暑イ天氣が続キマスガ皆様御変リモアリ
マセンカ、東京デハ一同元氣デス。

皆様ニ宜シク。

八月十三日

河田 敬義

深宮 政範 様