



Title	Automorphic function ニツイテ（Ⅱ）
Author(s)	有馬, 喜八郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1943, 257, p. 503-521
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75078
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

1145. Automorphic function = ツイテ (II)

有馬 喜八郎 (阪大)

訂正

前章 (第二章) 1 定理 1, 証明中 下ヨリ 五行目 $\mu(Z_0) > 0$

トスト訂正, 338頁, 一行目第二型, 型ハ不変ナル故K
ヲ-----ト故ヲ入レル. 定理2, 証明中

$$\sum_p \log \left| \frac{1 - \overline{s_p(z_0)} z}{z - s_p(z_0)} \right| \leq \sum_n \log \left| \frac{1 - \overline{z_n} z}{z - z_n} \right|$$

系6ヲ令リヤスク次, 如ク言ヒ換ヘル.

系6.

Riemann 面 R ハ *geschlecht* が有界ナル開
々 Riemann 面 $\overline{R}$ = 含マレ, R 境界 E ハ (勿論 $\overline{R}$ 内
点ヨリナル) R = テ *Green* 函數が存在スルカ否カ = ヨリ
Hauptuniformisierende = ヨリ單位円周上ノ測度
 2π 又ハ 0 ナル集合 = 寫像サレル.

系7. Riemann 面 R が他ノ Riemann 面 $\overline{R}$ (*geschlecht* ハ有限ト限ラズ) = 含マレ, R 境界 E ハ $\overline{R}$ 内点トス.

R 上ニテ *Green* 函數が存在セザレバ *Haupt-uniformisierende* = ヨリ E ハ單位円周上ノ測度 0 ナル集合 = 寫像サレル.

第三章

コノ章ニテハ *Schottky Type* = ヨル代數函數ノ
Uniformisation = ツイテ述ベタイト思ヒマス. コレハ辻

先生ノ定理⁽¹⁾ノ別証デス.

(1) M. Tani: - Theory of conformal mapping of a multiply connected domain.

コノ擴張= ツイテハ後章= テ述ベタイト思ヒマス。

(1) *Geschlecht* p ($p \geq 2$) + ル開ゲタ *Riemann* 面 $R = R_1$ ニツニ分ケ + イ p 個ノ異ナル且ツ交ハラナイ *Ruckerschnitt* L_i ($i = 1, 2, \dots, p$) = ヨリ生ズル面 $\bar{R}$ ノ境界ヲ (a_i, b_i) ($i = 1, 2, \dots, p$) トス。

$R_1 = \bar{R}$ トシ $R_2 = \bar{R}$ ノ a_i ($i = 1, \dots, p$)ノ各々ニ別 + $\bar{R}$ ノ b_i ヲ附着シ、 $b_i = \bar{R}$ ノ別 + $\bar{R}$ ノ a_i ヲ附着シテ R_2 ヲ作ル。 R_2 ハ R_1 ト更ニ $2p$ 個ノ $\bar{R}$ ヨリ + リ $2p(2p-1)$ ノ境界ヲ有ス。

R_2 ニ同様トコトヲ行ヒ R_3 ヲ作り以下順次ニコレヲ無限ニ行フ。

一般ニ R_n ハ $2p(2p-1)^{n-1}$ 個ノ境界ヲ有シ、コノ極限トシテ得タ *Riemann* 面 $\bar{R}$ ハ R ノ *Überlagerungs-Fläche* ナル。

$\bar{R}$ ハ *Schlichtartig* + 面ナル故 *Koebe*ノ定理ニヨリ Z 平面ノ *Schlicht* + 領域 D ニ寫像サレル。但シ R_1 ノ一点 O カ Z 平面ノ無限点ニ對應スルモ、トス。

然ルトキ D ノ境界 E ハ完全閉集合 (*discret*) ナルコトハ容易ニ分リマス。

問題ハ E ノ *Capacity* 0 ナルコトヲ証明スルコトヲス。 $\bar{R}$ ヲ構成スルーツノ $\bar{R}$ ヲ地、 $\bar{R}$ ニ移スコトニヨリ $\bar{R}$ ヲ自分自身ニ移ス変換カ得ラレ、コレニ對シ Z 平面ニテハ D ヲ自分自身ニ移ス変換 $Z' = S(Z)$

が得られマス。

カ、ル $S(Z)$ の全体ヲ考へればコレハ明ラカニ一ツノ群 G ヲ作りマス。

$S(Z)$ ハ *Koebe, Caruanti* 等ニヨリ知ラレテキル如ク一次変換トナリマス。辻先生ノ指適サレタ如ク E ノ *Capacity* が 0 ナルコトヨリ $S(Z)$ ノ一次分數式ナルコトが出テ來マス。以下ニ於テハ $S(Z)$ ノ一次分數式ナルコトハ利用セズ E ノ *Capacity* 0 ヲ証明シソノ結果トシテ $S(Z)$ ノ一次分數式ナルコトヲ示シマス。

$S(Z)$ ノ代リ一般ニ $S_p(Z)$ [$p = 0, 1, 2, \dots$] ヲ用ヒマス。

(2) R_p ノ境界ニハ Z 平面ニテ $2p$ 個一般ニ R_n ニハ $2p(2p-1)^{n-1}$ 個ノ閉曲線カ對應シ、 R_n ノ境界ニ對應スル閉曲線ノ全体ヲ Γ_n トス。

又 R_n = 對應スル Z 平面ノ領域ヲ σ_n トス。

原点ハ σ_1 ノ内点トシテ一般性ヲ失ハズ。

σ_1 ハ $2p$ 個ノ閉曲線ヲ境界サレタ無限点ヲ内点トスル領域ヲ $2p$ 個ノ境界ハニツツツ適當ニ $S_p(Z)$ ニヨリ変換サレル。

原点ヲ中心トシ σ_1 = 含マレル円ヲ C_i トシソノ半径ヲ r_i トス。

$$(r_1 > r_2 > \dots > r_n \rightarrow 0 \text{ トス})$$

C_i ノ円板ヲ K_i ニテ表ハスコトニス。

$C_i = S_p(Z)$ を施シテ得々開曲線 C_i^p トス。

σ_n より $\sigma_n =$ 含マレル C_i^p の内部ヲ除イテ出来タ領域ヲ D_n^i トス。

D_n^i の内点ヲ Z_0 トシ, Z_0 ヲ Pole $= \infty$ ヲ D_n^i 内 Green 函数ヲ $g_n^i(Z, Z_0)$ トス。然ルトキ

$$g_n^i(Z, Z_0) < g_{n+1}^i(Z, Z_0)$$

K_i ヲ全平面ヨリ除イタ領域 $=$ 於テ Z_0 ヲ Pole $=$ 有スル Green 函数ヲ $g(Z, Z_0)$ トス。

$$g(Z, Z_0) > g_n^i(Z, Z_0)$$

故ニ Harnack の定理ニヨリ $n \rightarrow \infty$ ノトキ $g_n^i(Z, Z_0)$

ハ Z_0 ヲ除キ調和ノ函数 $g^i(Z, Z_0) =$ 一様收斂ス。

Green - Gauss の公式ニヨリ

$$\sum_p \int_{C_i^p} \frac{\partial g_\lambda^i(Z, Z_0)}{\partial n} ds < 2\pi \quad (\lambda > n)$$

但シ $\sum_p$ ハ D_n^i の境界ヲトス C_i^p , $p =$ ツイテトル $\in$, トス。

$\lambda \rightarrow \infty$ ノトキ $g_\lambda^i(Z, Z_0)$ ハ $g^i(Z, Z_0) =$ 一様ニ收斂スル故

$$\sum_p \int_{C_i^p} \frac{\partial g^i(Z, Z_0)}{\partial n} ds < 2\pi$$

C_i^p ハ $S_{-p}(Z) = \tau C_i =$ 移ル故

$$\sum_p \int_{C_i^p} \frac{\partial g^i(Z, Z_0)}{\partial n} ds = \sum_p \int_{C_i} \frac{\partial g^i(Z, S_{-p}(Z_0))}{\partial n} ds$$

但し $S_{-p}(z)$ は $S_p(z)$ の逆変換ヲ示スモノトス。

$$\therefore \sum_p \int_{C_i} \frac{\partial g^i(z, S_{-p}(z_0))}{\partial n} ds < 2\pi$$

$$\sum_p g^i(z, S_{-p}(z_0)) = G_n^i(z, z_0) \text{ トス。}$$

$\sum_p$ は前ト同様ノ意味トス。即チ D_n^i の境界 C_i^p , $p = \text{ツイ}$ テトルモノトス。

然ルトキ

$$\int_{C_i} \frac{\partial G_n^i(z, z_0)}{\partial n} ds < 2\pi$$

$i > 1$ トシ C_1 上ニ 0 , C_i 上ニ 1 ヲトリ, C_1, C_i 1作ル環
ノ中ニ調和ノ函数ヲ $v(z)$ トスレバ

$$\int_{C_1} G_n^i(z, z_0) \frac{\partial v(z)}{\partial n} ds = \int_{C_i} \frac{\partial G_n^i(z, z_0)}{\partial n} ds < 2\pi$$

C_1 上ニ長さ L , 周上ニ $\frac{\partial v(z)}{\partial n} > q > 0$ (q は任意ニ固定
シタ常数) トシ $G_n^i(z, z_0)$ の C_1 上ノ最小値ヲ G_n^i トスレ
バ

$$G_n^i < \frac{2\pi}{Lq}$$

Harnack の定理ニヨリ $0 < \epsilon < 1$ ナル常数 ϵ が定マ
リ C_1 の周上ニ

$$G_n^i(z, z_0) < \frac{1}{R} G_n^i$$

$$\therefore G_n^i(z, z_0) < \frac{2\pi}{RLq}$$

又, 明ラカ =

$$G_n^i(z, Z_0) < G_{n+1}^i(z, Z_0)$$

上, = 式ヨリ *Idarnack* / 定理 = ヨリ $n \rightarrow \infty$, トキ

$G_n^i(z, Z_0) \wedge S_{-p}(Z_0) \rightarrow$ 除キ調和ナ函数 $G^i(z, Z_0) =$ 一樣收歛ス。

$$G^i(z, Z_0) = \sum_p g^i(z, S_{-p}(Z_0)) \quad \left(\begin{array}{l} \sum_p \text{ハスベテ } p= \\ \text{ツキトルモノトス} \end{array} \right)$$

$S_p(z)$ ハ群 G ヲ作ル故

$$= \sum g^i(z, S_p(Z_0))$$

$S(z)$ ハ G , ツノ元素トスレバ

$$G^i(z, S(Z_0)) = \sum g^i(z, S_p S(Z_0))$$

群ノ性質 = ヨリ

$$= \sum g^i(z, S_p(Z_0))$$

$$= G^i(z, Z_0)$$

故 = $G^i(z, Z_0)$ ハ G , *Automorphic function*

ナリ $Z =$ ツイテモ同様ナコト可言ヘル。

$D_n^i =$ 於テスベテノ $C_i^p =$ 於テハ / , Γ_n 上デ0ナル調和函数ヲ $W_n^i(z)$ トスレバ

$$0 \leq W_n^i(z) \leq 1, \quad W_n^i(z) \leq W_{n+1}^i(z)$$

故 = $n \rightarrow \infty$, トキ $\lim W_n^i(z) \equiv 1$ トナルカアル調和函数 $W^i(z) =$ 一樣收歛ス。

一章ノ時ト同様 = シテ

$$W^i(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{C_i} \frac{\partial G^i(z, Z)}{\partial n} d\sigma$$

$G^i(\zeta, z)$ は $z = \zeta$ とき G , Automorphic function
 となる故 $w^i(z) \in$ 亦然り。

(3) 集合 M の Capacity $\gamma C(M)$ を表はす ϵ をと
 する。

I_p の一ツの開曲線 A_i ($i = 1, 2, \dots, p$) の内部を含む
 有限個の E の部分集合 E_i とすれば E_i は完全開集合 (dis-
 cret) である

$$E = \sum_{i=1}^{2p} E_i$$

以下 $C(E) > 0$ とする。

然るに $C(E_i) > 0$ となる集合 E_i が少くとも一ツ存在
 する。然るに E_i は適当な変換 $S_p(z) = \zeta_j$ ($i \neq j$)
 の部分集合に変換される故

$$C(E_j) > 0 \quad (i \neq j)$$

結局すべての i ($i = 1, \dots, 2p$) に対して

$$C(E_i) > 0$$

以下は於て E_1, E_2 を一ツの特例を考へる。

先づ $\lim w^i(z) \equiv 1$ の成立をサルのコトを証明シマ
 する。

E_j と C_i^p (すべての $p = \zeta$ とき) の内部を除いた領域を
 D_j^i とする。但し $j = 1, 2$

z_0 が Pole = ζ かつ D_j^i , Green 函数 $g_j^i(z, z_0)$ とする。

$\lim_{n \rightarrow \infty} w_n^i(z) \equiv 1$ + ルトキ次、補助定理が成立ス。

補助定理 E ト C_i^p (スベテ、 $p = \infty$) ヲ除イ
 $\times$ 無限点ヲ含ム領域 D デ $\nabla(z)$ ハ調和且ツ有界、 C_i^p 、
 境界上デ $\nabla(z) \geq 0$ + ラバ D ノ内部デ $\nabla(z) \geq 0$

証明. $|\nabla(z)| \leq M$ トス。

$D_n^i =$ 於テ $g(z) = \frac{\nabla(z) + M}{M} - w_n^i(z)$ ヲ考ヘル。

D_n^i, C_i^p 、境界上デ $\frac{\nabla(z) + M}{M} \geq 1, w_n^i(z) = 1 \quad \therefore g(z) \geq 0$

Γ_n 上デ $\frac{\nabla(z) + M}{M} \geq 0, w_n^i(z) = 0 \quad \therefore g(z) \geq 0$

故ニ D_n^i 内デ $g(z) \geq 0$

$$\therefore \frac{\nabla(z) + M}{M} \geq w_n^i(z)$$

上式ハ n ノ如何ニ關セズ成立スル故ニ $n \rightarrow \infty$ ト + ラシム
 レバ

$$\lim w_n^i(z) \equiv 1$$

+ ルコトニ注意シ

$$\frac{\nabla(z) + M}{M} \geq 1 \quad \therefore \nabla(z) \geq 0$$

—— (証明終) ——

今 $\lim w_n^i(z) \equiv 1$ トス。然ルト + $g_1^i(z, z_0) - g_2^i(z, z_0)$ ハ上ノ補助定理ノ假設ヲ満足ス。

故 = D 内 τ

$$g_1^i(z, z_0) - g_2^i(z, z_0) \geq 0$$

$$\therefore g_1^i(z, z_0) \geq g_2^i(z, z_0)$$

逆 = τ

$$g_2^i(z, z_0) \geq g_1^i(z, z_0)$$

$$\therefore g_2^i(z, z_0) = g_1^i(z, z_0) \text{ ----- (1)}$$

C_i : 半径 r_i $i \rightarrow \infty$, $\tau \neq r_i \rightarrow 0$

$$g_j^i(z, z_0) \leq g_j^{i+1}(z, z_0) \quad (j=1, 2)$$

$C(E_j) > 0$ ($j=1, 2$) + τ 故 E_j : τ 境界 = τ 領域

D_j : green 函数 $g_j(z, z_0)$ τ スレバ

$$g_j^i(z, z_0) \leq g_j(z, z_0)$$

故 = $g_j^i(z, z_0)$ τ Darnack, 定理 = τ z_0 τ 除キ
調和函数 $\bar{g}_j(z, z_0) = -$ 様收歟ス。

明ラカ =

$$\bar{g}_j(z, z_0) \leq g_j(z, z_0) \quad (j=1, 2)$$

$g_j(z, z_0)$ τ D_j : green 函数 = τ $\bar{g}_j(z, z_0)$ τ

$z_0 = \tau$ Pole $\tau \in \tau$ $D_j = \tau$ $\bar{g}_j(z, z_0) \geq 0$ + τ 故

$$\bar{g}_j(z, z_0) \geq g_j(z, z_0)$$

$$\therefore \bar{g}_j(z, z_0) = g_j(z, z_0)$$

故 = (1) $\exists \forall i \rightarrow \infty$ + τ τ τ τ

$$g_1(z, z_0) = g_2(z, z_0)$$

コレハ明カニ不合理ナリ。

故ニ $C(E) > 0 \Rightarrow \lim W_n^i(z) \equiv 1$ ナルコトナシ。

故ニ $C(E) > 0$ ナラバ $W^i(z)$ ナル調和函数カ存シ。

コレハ群 $G =$ 對シ Automorphic function ナル故

モトノ Riemann 面 $R =$ 移ッテ考ヘルト $C_i =$ ハ R 上

デ開カタ R 上ニテ單一連結領域ヲ囲ム曲線 d_i カ對應ス:

然ルトキ $W^i(z)$ ハ d_i 上デ 1 , R ヨリ d_i ノ内部ヲ除
イタ部分デ調和且ツ $0 \leq W^i(z) \leq 1$ トナリコレ明カニ不
合理ナリ。

$$\therefore C(E) = 0$$

(注意) $W^i(z)$ ノ存在セザルコトハ D ノ Universal
Covering Surface ヲ作り單位円ニ移シソレニ附屬ス
ル群ト $S_p(z)$ トヲ結合スルトキ第一型ノフックス群カ得ラ
レル故ニ第一章ノコトヨリ $W^i(z)$ ノ存在セザルコトカ結論
ナレル。

$S_p(z)$ ハ E ヲ除キ全平面デ唯一ツ一位ノ極ヲ有シ。
單葉ノ函数ナリ。

從ッテ $C(E) = 0$ ナル故 E ハ正則点又ハ Pole トナル
然ルニ $S_p(z)$ ハ唯一ツノ極ノミヲ有スル正則点トナリ,
コレヨリ $S(z)$ ハ一次分數式ナルコトガ分ル。

故ニ Ruckerschnitt Theorem ハ証明サレル。

(4) Schottky Type 1 群, limit point, 集合ニツイテ前述ノ $S(z)$ が loxodromique 又ハ Hyperbolique ナ一次変換トナリソノマヽ、理論ヲ適用シ次ノ定理カ得ラレル。

定理. Schottky Type 1 群, limit point ノ集合ヲ E トスレバ $C(E) = 0$ ナリ。

証明 基本領域 (無限点ヲ内点ニ含ムモ、ヲ取ル) ノ境界ハ $S(z)$ ヲ適當ニトレバニツヅツ、ツイヲナシ交換サレル、コノツイヲナシ境界ヲ附着シテ Ideal Riemann Surface ヲ作ル。基本領域、境界、数ヲ $2p$ トスレバ geschlecht p ナル閉カタ Riemann Surface カ出来ル。故ニ上ノ理論ヨリ $C(E) = 0$ ナルコトヲ知ル。

注意 Ideal Riemann Surface ヲ作ル代リニ Poincare, theta 級数ヲ利用シニツ、異ナル Auto-morphic function $x(z), y(z)$ ヲ作レバ $x(z), y(z)$ ヨリ geschlecht p ナル代数曲線 $f(x, y) = 0$ ヲ得コレヲ用ヒテ可ナリ。

注意 (I) geschlecht $p=1$ ノトキハ 群, limit point ハ Hyperbolique 又ハ loxodromique transformation ノ固定点ヲ唯一ニ含ム、ミヨリナル故勿論 $C(E) = 0$

$p=0$ ノトキハ limit point ハ存在セズ。

注意 II. Rückerschnitt, 外 = 欠, 如 + cut 无
 上ル下モ, トス。

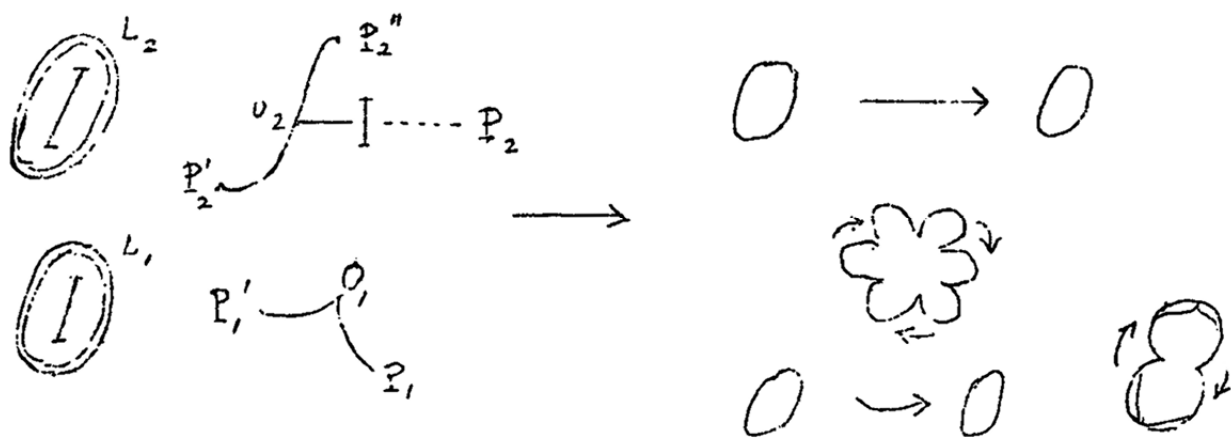
Riemann 面上, Rückerschnitt $\pm = +$ 1 知 O_i
 カヲ P_i, P_i' 又ハ P_i, P_i', P_i'' へ cut ヲ作り, 前者ノト
 キハ $\nu_i = \nu_i'$

後者ノトキハ
$$\frac{1}{\nu_i} + \frac{1}{\nu_i'} + \frac{1}{\nu_i''} > 1$$

ナル整数ヲ對應セシメ $(\nu_i, 1), (\nu_i', 1), (\nu_i'', 1)$ ノ對キ對
 應ヲナサレムルトキモ Capacity 0 ナルコトヲ知ル。ノ
 ハ ∞ ナルモ可。

例ヲ示セバ (Ford automorphic function
 P. 278 参照)

$p = 2$ ノトキ



(5) m 個ノ境界ヲ有スル Schlichtartig ナリー
 マン面ハ m 個ノ円ニテ境界サレタ適當ナ領域ニ寫像出來
 ルカ。

コノ問題ハ Koebe, Courant ニヨリテ解決サレタ

問題が上ノ結果カラモ解決サレマス。辻先生ノ論文ヲ
参照シテ下サ。 m 個ノ Rand ヲ有フル Schlichtartig
+ 面ハ m 個ノ u 軸 = 平行 + 切断線ヲ入レタ Schlicht
+ W 平面 = 寫像サレマス。(2)

但シ $W = u + iv$.

故 = 問題ヲ次ノ如ク直シテ考ヘマス。

m 個ノ u 軸 = 平行 + 切断線ヲ有フル W 平面ノ領域ヲ
或 m 個ノ円 = 境界サレタ z 平面 = 一對一 = 寫像セヨト云
フ問題トナリコノ形デ考ヘマス。

W 平面ノ切断線ハ何レモ点 = ナラナイモノトス。

m 個ノ切断線ヲ $S_1, S_2, \dots, S_m$ トシ、コノ切断線
ノハイツタ W 平面ヲ R トス。先ヅ $R = R_1$ トス。 R_1 ノ S_i
($i = 1, 2, \dots, m$) = 於テ R ノ S_i = 関スル對稱面ヲ作
リ R_1 ノ S_i = 交錯シテ R ヲ附着セシメテ出来タ面ヲ R_2 ト
ス。 R_2 ハ $m(m-1)$ 個ノ切断線ヲ有ス。コノ切断線 = 同
様ナコトヲ行ヒ R_3 ヲ得。以下順次同様ノコトヲ無限ニ行
フトキ極限トシテ得ラレタ面ヲ $\bar{R}$ トス。一般ニ R_n ハ $m(m-1)^{n-1}$ 個ノ切断線ヲ有ス。

$\bar{R}$ ハ Schlichtartig + 面ナル故ノ Koebeノ定理 =
ヨリ $\bar{R}$ ハ z 平面ノ領域 (Schlicht +) D = 寫像サレ
ル。

D ノ境界点ヲ E トスレバ $C(E) = 0$ ナルコトヲ証明ス。

(2) 辻先生 複素函数論参照。

但シ R_1 一点 O を Z 平面、 ∞ 点 = 移スモノトス。
 $\bar{R}$ を構成スル R_1 デコレ = 附着スル他、 R = 移スコト = ヨリ
 $\bar{R}$ を自分自身 = 移ス変換が得ラレル、コレ = 對シ Z 平面
 = テハ D をソレ自身 = 移ス変換が得ラレル。コノトキ前
 の $S(z)$ ト異ナリ角ノ向キが相反スル変換トナル。

$$\bar{z}' = S(z)$$

$\bar{z}'$ ハ z' ノ共軛數ヲ表ハス。

コレハ問題ノ附着シテキル切断線 = 對應スル像ノ各点
 を不変ナラシメル。

カナル変換ヲ $\bar{R}$ ノ各 S_i ニツイテ考フレバ m 個ノ変
 換が得ラレル。カナル m 個ノ変換ヲ生成元トシテ出来タ群
 を $\bar{G}$ トス。

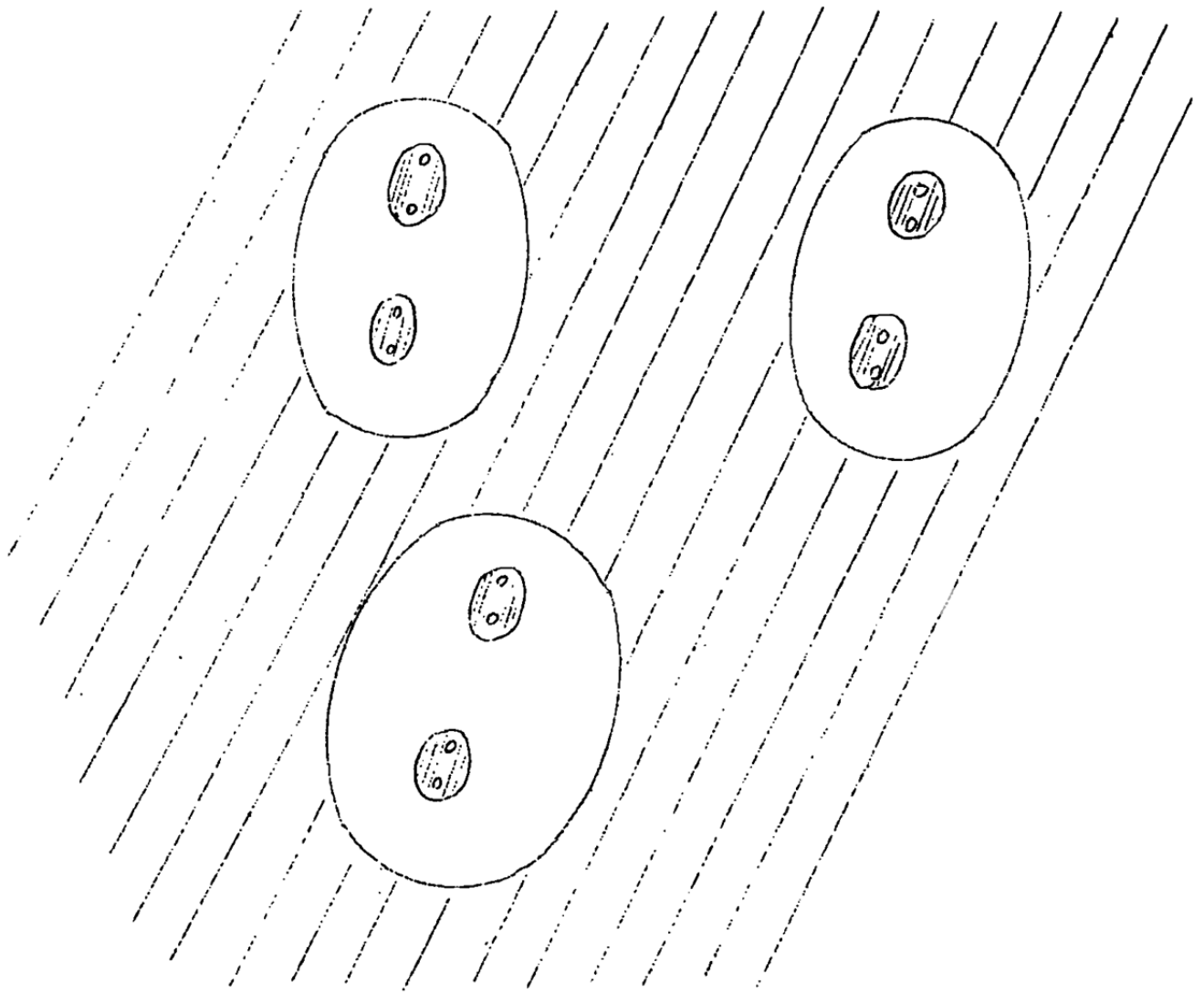
$\bar{G}$ ノ内テ角ノ向キヲカヘルモノヲ $\bar{G}$ 、角ノ向キヲ変ヘ
 ナイモノヲ G' トスレバ

$$\bar{G} = G + \bar{G}$$

然ルトキ G ハソレ自身 = テ群ヲ作ル。

$R_n = \text{ハ } m(m-1)^{n-1} \text{ 個ノ境界ヲ有スル } Z \text{ 平面ノ領}$
 域が得ラレル。コレヲ σ_n トス。参考ノタメ = Z 平面ノ圖
 形ヲ示ス。

下圖 = 於テハ $m=3, n=2$ マデノ Z 平面ノ領域ヲ
 示ス。



外側、陰影ノ部分ハ R_1 = 對應スル σ_1

コノ陰影ノ部分ト次ノ無地ノ部分ヲ併セテ σ_2

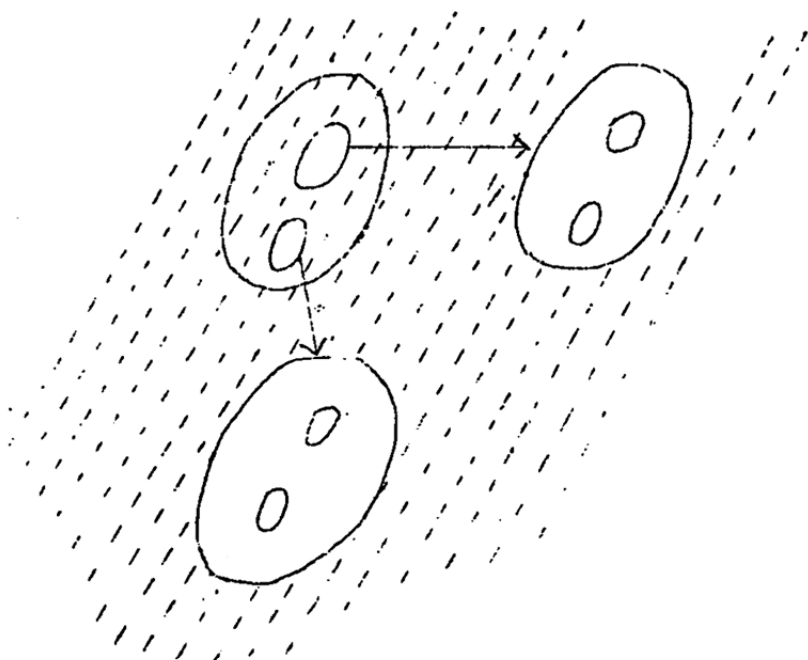
コレニ更ニ次ノ陰影ノ部分ヲ併合シテ σ_3 トナル。

次ニ R_1 ト R_2 = 附着スルーツノ R トヨリタルーツノ
面ニ對應スルニ平面ノ領域ヲ考ヘル。コレヲ σ トス。

次ノ圖ニ於テ上ノ場合ヲ示スト外側ノ陰影ノ部分ガ
ヲ示ス。

σ ハ $2(m-1)$ 個ノ境界ヲ有ス。

コノ境界ノ $2(m-1)$ 個ハニツヅツ ツイヲナシ G ノ適當



+ 変換 $z' = S(z)$
 =ヨリ 互に変換サ
 レル。

コノ σ 前ノ σ ト
 考ヘテ同様ノ議論
 フ群 G = ツイチ行
 フ。

コノ トキ σ , $2(m-1)$

ノ境界 = テ 互 = 変換サレル境界ヲ附着シテ Ideale Rie-
 mann Fläche フ作ルト閉曲面 $geschlecht(m-1)$
 ノ面ガ出来ル。従ッテソノママ前ノ理論 = ヨリ

$$C(E) = 0$$

ナルコトヲ知ル。

コレヨリ $\bar{z}' = S(z)$ ノ前ト同シ理由 = ヨリ

$$\bar{z}' = \frac{c\bar{z} + d}{a\bar{z} + b}$$

ナル変換トナル。

R_i , S_i = 對應スル σ_i ノ境界ヲ S'_i トスレバ

$$\bar{z}' = \frac{c_1\bar{z} + d_1}{a_1\bar{z} + b_1}$$

ナル変換 = ヨリ S'_i 上ノ各点ハ不変トナル。

S'_i 上ノ任意ノ三點 z_1, z_2, z_3 フトリコノ三點ヲ通
 ル円ヲ作り, コノ円 = 關スル inversion $\bar{z}' = T(z)$ フ

作ル。 $T(z)$ は Z = 関スル 或ル 一次分数式ヲ表ハスモノトス。

コレト前ノ変換トヲ結合スルト Z_1, Z_2, Z_3 ヲ不変点トスル 一次変換トナル故ニ コノ変換ハ恒等変換トナル。

故ニ $\bar{Z}' = \frac{c_1 Z + d_1}{a_1 Z + b_1}$ ハ Z_1, Z_2, Z_3 ヲ通ル 円ノ inversion トナル。

従ツテ S'_1 ハ コノ inversion = ヨリ 不変ナル故 S'_1 ハ 円トナル。 他ノ S'_i = ツイテモ同様デアル。

故ニ R_1 ハ m 個ノ 円ニテ境界サレタ領域 σ_1 = 寫像サレタ譯デアイル。

注意 I. カコル変換ハ二通リアルトスレバ、コレハ一次変換ヲ除イテ一致スルコトヲ証明出来マス。コレニハニツノ對應スル E_j ($j = 1, 2$) ヲ考ヘルトキ $C(E_j) = 0$ ナルコトヨリ結論サレマス、コレニツイテハ辻先生ノ論文ヲ参照シテ下サイ。

注意 II. 辻先生ヨリ Koebe ノ未解決ノ問題ニツイテ

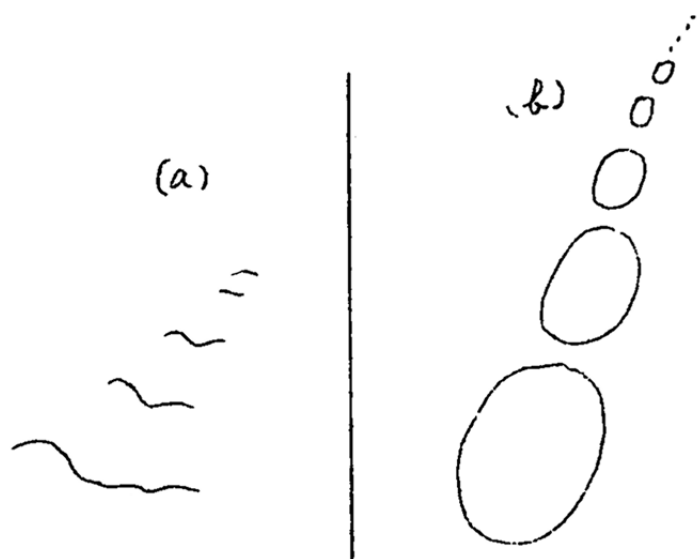
話カアリマシタ。

ソレハ (a) 圖ノ如ク (Z)

平面上 = continuum ノ集合ガアリ、ソノ集積点ガ可附番個トス。

然ルトキ (a) ハ (b)、

如ク円ノミニテ境界サレ



タ領域 = 寫像サレルカ. ト云フ問題デス。

辻先生ハ可附番個ヲ *Capacity 0* = オキカヘテ可能
カト云フ問題ヲ出サレマシタ。コレ = ツイテ出来タラ 後報
= ノセタイト思ヒマス。

次報 = テハ *Schottky Type* ノ問題ヲ開イタ *Rie-*
mann 面ノ場合ヘノ擴張トフックソイド群 (第三種) ,
limit Point ノ集合 = ツイテ報告シタイト思ヒマス。

— (續 7) —