



Title	道ノ定義ニ就テ
Author(s)	伊藤, 清; 東屋, 五郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1944, 261, p. 43-47
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75097
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

1164. 道 / 定義 = 就テ

伊藤 清 (名大)
東屋 五郎

Weyl, Die Idee der Riemannschen Fläche

(1923) = 於テ Bewegung ヲ抽象シテ Wegヲ定義シテ居リマス。

ソノ際ニツノ運動

$$B_1: (\varphi_1(t); \alpha_1 \leq t \leq \beta_1), B_2: (\varphi_2(t); \alpha_2 \leq t \leq \beta_2)$$

(以後 $(\varphi_1(t); \alpha_1 \leq t \leq \beta_1)$ ハ $[\alpha_1, \beta_1]$ ノ点 $t = \varphi_1(t)$ ヲ對應サセル寫像ソノモトヲアラハシ, $\{\varphi_1(t); \alpha_1 \leq t \leq \beta_1\}$ ハソノ Bildタル集合ヲアラハスコトニシマス) が equivalent デアルトイフノハ, $[\alpha_1, \beta_1]$ カラ $[\alpha_2, \beta_2]$ へ上へ、一對一單調増加對應ガアツテ $\varphi_2 \psi = \varphi_1$ ナルマウニ出來ルコトデアルトナシ、コレガ equivalence 条件ヲ満ス、コレニヨリアラユル運動ヲ組合ケシテ、ソノ組ヲ道ト呼ンテ居リマス。コノ定義ニヨリマス。

$$B_1: (\varphi_1(t); 0 \leq t \leq 1) \text{ 但シ } \varphi_1(t) = t, (0 \leq t \leq 1)$$

$$B_2: (\varphi_2(t); 0 \leq t \leq 1) \text{ 但シ } \varphi_2(t) = \frac{3}{2}t, (0 \leq t \leq \frac{1}{3})$$

$$" = \frac{1}{2}, (\frac{1}{3} < t < \frac{2}{3})$$

$$" = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}(t - \frac{2}{3}),$$

$$(\frac{2}{3} \leq t \leq 1)$$

ナラバ B_1, B_2 ハ equivalent デアルコトニナリマス。

故ニ長サノアル道ヲ長サヲ parameter トシテアラハストイフ常套論法ガ利カナイコトモ起リマス。コノ點ヲ救ハフトイフガ小稿ノ目的デス。

$\nu = \alpha$ 最初 = 掲げた B_1, B_2 が *equivalent* トイ
フコトハ

" $[0, 1]$ カラ $[\alpha_1, \beta_1], [\alpha_2, \beta_2]$ / 上へ / 単調非減少
(必ず ν 一対一ナルヲ要セズ) ノ寫像 ψ_1, ψ_2 カアツ
テ, $\varphi_1 \psi_1 = \varphi_2 \psi_2$ トナル \times ヲ = 出来ルコトデアール" ト定
義シマス。コノ條件ハ *Weigl* ノ條件ヨリ弱イワケデス。
コレガ $B_1 \sim B_2, B_1 \sim B_2 \rightarrow B_2 \sim B_1$ ヲ満スコトハ明
ラカデス。問題ハ移動律デス。 B_1, B_2 ハ今迄通りトシ,
 $B_3: (\varphi_3(t); \alpha_3 \leq t \leq \beta_3)$ トシマス。サテ $B_1 \sim B_2,$
 $B_2 \sim B_3$ トシマス。

即チ $[0, 1]$ カラ $[\alpha_1, \beta_1], [\alpha_2, \beta_2], [\alpha_2, \beta_2], [\alpha_3, \beta_3]$
ノ上へ夫々単調非減少對應 $\psi_1, \psi_2, \psi_2', \psi_3$ カアツテ,
 $\varphi_1 \psi_1 = \varphi_2 \psi_2, \varphi_2 \psi_2' = \varphi_3 \psi_3$ トシテオキマス。コノ時
 $[0, 1]$ カラ $[\alpha_1, \beta_1], [\alpha_3, \beta_3]$ / 上へ單調非減少對應
 ψ_1', ψ_3' カアツテ $\varphi_1 \psi_1' = \varphi_3 \psi_3'$ トナルコトヲ示セバヨイ
ワケデス。

今 $[\alpha_2, \beta_2]$ ヲトリ, ν ノ各点ノ $\psi_2 = \text{ヨル } \mathcal{M}$
bild ヲ考ヘルト, ν ノ一点或ヒハ閉區間デアリマスガ,
後者ノ場合ノ起ル \times ヲ $[\alpha_2, \beta_2]$ 上ノ点ノ集合ヲ \mathcal{M} トシ
マス。明ラカ = \mathcal{M} ハ可附番集合デス。同様 = $\psi_2' = \text{對シ}$
テ可附番集合 \mathcal{M}' ヲ得タトシマス。

$\mathcal{M} = \mathcal{M} \cup \mathcal{M}'$ トシマス。 \mathcal{M} ハ可附番集合デスカラ
 ν ノ元 = 番号ヲツケテ $\{m_i\}$ トシマス。サテ二次元集合
 Λ ヲ次ノ如ク定義シマス。

$$\Lambda = \{(x, y); \alpha_2 \leq x \leq \beta_2, x \in M \rightarrow 0 \leq y \leq 1, \\ x \notin M \rightarrow y = 0\}$$

次 = Λ = 辞書式 / 順序 (linear order) ヲツ
ケマス。

シカラバ Λ ハコノ順序ヲ complete テ, 又ソレカ
ラ導カレタ order topology = 開シテ到ル所稠密ナ
可附番集合ガアリマス。(ソレニハ M ガ可附番ナルコト
ガキイテキマス)。故ニ Λ ハ開區間 $[0, 1]$ ト order-
isomorphism テス。ユノ isomorphism ヲ與ヘル
 $[0, 1]$ カラ Λ へノ寫像ヲ κ トシマス。次ニ Λ カラ
 $[0, 1]$ へノ對應 ϕ ヲ次ノ如クキマス。

$(x, y) \in \Lambda$ ヲトリ $x \notin M$ ナラバ $\psi_2^{-1}(x)$ ハ一カ
スカラ $\phi((x, y)) = \psi_2^{-1}(x)$ ト定義シマス。モシ $x \in M$ ナ
ラバ $\psi_2^{-1}(x)$ ハ開區間デスカラ, コレヲ $[\alpha_x, \beta_x]$ ト
シテ, $\phi((x, y)) = \alpha_x + y(\beta_x - \alpha_x)$ ト定義シマス。
然ラバ ϕ ハ order-1 意味ガ單調非減少寫像ヲ
 $\psi_2 \phi((x, y)) = x$ デス。

同様ニ $\psi_2' = \text{對シテ}$ ϕ' ヲ定義シマス。 $\psi_2' \phi'((x, y))$
 $= x$ 。故ニ $\psi_2 \phi = \psi_2 \phi'$ 。サテ $\psi_1' = \psi_1 \phi \kappa$,
 $\psi_3' = \psi_3 \phi' \kappa$ トスレバ, ψ_1, ψ_3 ガ求ムルモノデス。先
ヅ ψ_1', ψ_3' ガ夫々 $[0, 1]$ カラ $[\alpha_1, \beta_1], [\alpha_3, \beta_3]$ へ
ノ單調非減少ノ寫像ナルコトハ明ラカデス。又

$$\begin{aligned} \varphi_1 \psi_1' &= \varphi_1 \psi_1 \phi \kappa = \varphi_2 \psi_2 \phi \kappa = \varphi_2 \psi_2' \phi' \kappa \\ &= \varphi_3 \psi_3 \phi' \kappa = \varphi_3 \psi_3' \end{aligned}$$

ガスから, $B_1 \sim B_3$ トナリマス。

楮テ 道ノ長サヲ, ソレ = 属スル運動ノ運動距離ト
定義スレバ, ソレハソノ運動ノ選ビ方 = 無関係ヲ, 道ヲ
長サヲ *parameter* トシテアラハスコトノ可能性ニ簡單
ニ示サレマス。