OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	群ノ一例
Author(s)	岩澤, 健吉
Citation	全国紙上数学談話会. 1944, 262, p. 67-69
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75101
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

1168. 群ノ一例

岩澤 健吉 (東大)

「前書: 小生ノ拙話ニツキ岩澤氏カラコットト良イ例ヲ教示サレマシタノデ, ソノ書籍ヲ転載サセテイタダキマス。

(中山)」

先日オ伺故シマシタ。

"各 Element ノ order が bounded デ直積非分解且ツ order がイクラデモ大キイ群ノ例"

次ノ様ナモノヲ考ヘマシタ。勿論中山サンノト大同小異デスガ, $p>2$ ノ素数トシ $\mathfrak{A}$ ノ type $(p^2, p^2, \cdots\cdots p^2)$ ナル p^{2n} 次ノ Abel 群トシマス。B ハ $B^p = 1$ ナル Element デ

$$BAB^{-1} = A^{1+p}, \quad \text{all } A \in \mathfrak{A}$$

ニヨリ $\mathfrak{A}$ ヲ B デ拡大シテ order p^{2n+1} ノ群 $\mathfrak{G}$ ヲツクリマス。$\mathfrak{G}$ ノ任意ノ元ヲ

$$AB^k, \quad A \in \mathfrak{A}$$

トスレバ

$$(AB^k)^r = A^{(1+(1+p)^k+\cdots\cdots+(1+p)^{k(p-1)})}$$

$$1+(1+p)^k+\cdots\cdots+(1+p)^{k(p-1)} \equiv p, \quad \mathrm{mod}\ p^2$$

カラ

$$(AB^k)^p = A^p \qquad (1)$$

故ニ $(AB^k)^{p^2} = A^{p^2} = 1$

即チ $\mathfrak{G}$ ノ元ノ order ハ凡テ高々 p^2. 又(1)カラ AB^b ノ order ガ $<p$ トナルタメニハ $A^p=1$ トナルコトガ必要十分デアリマス。$\mathfrak{a}$ ニ於テ $A^p=1$ トナル A ノ全体ヲ $\mathfrak{a}_p$ トスレバ $\{B, \mathfrak{a}_p\}$ ハ order p^{n+1} 次ノ Abel 群デアルガ $\mathfrak{G}$ ニ於テ order $<p$ トナル Element ノ全体トナリマス。

サテ $\mathfrak{G}$ ガ直積ニ分解サレタトシテ

$$\mathfrak{G}=\mathfrak{G}_1\times\mathfrak{G}_2.$$

トシ，特ニ

$$B=B_1\cdot B_2 \qquad B_i\in\mathfrak{G}_i$$

トレマス。$B^p=1$ カラ $B_1^p=1$, $B_2^p=1$ (直積トナル故)

ヨッテ $B_1=B^{c_1}A_1$, $B_2=B^{c_2}A_2$

$$0\leqq c_1<p,\quad 0\leqq c_2<p,\quad A_1, A_2\in\mathfrak{a}_p$$

$B=B_1B_2$ トナル故 c_1 又ハ c_2 ガ $\neq 0$. ヨッテ $c_1\neq 0$ ト仮定シマス。

サテ任意ノ $A\in\mathfrak{a}$ ニ対シ

$$B_1AB_1^{-1}A^{-1}=B^{c_1}AB^{-c_1}A=A^{(HP)^{c_1}-1}=A^{c_1P}$$

$c_1\neq 0\ (p)$ トナル故 A ガ $\mathfrak{a}$ ヲ動ケバ $B_1AB_1^{-1}A^{-1}$ ハ $\mathfrak{a}_p$ 全体ヲ動ク。$B_1\in\mathfrak{G}_1$ デ $\mathfrak{G}_1$ ハ Normalteiler デスカラ

$$B_1AB_1^{-1}A^{-1}\in\mathfrak{G}_1,\quad \mathfrak{a}_p\subseteq\mathfrak{G}_1,$$

ヨッテ特ニ $A_1\in\mathfrak{G}_1$

故ニ $B_1\in\mathfrak{G}_1$ カラ $B^{c_1}\in\mathfrak{G}_1$, $B\in\mathfrak{G}_1$

即チ $\{\mathfrak{a}_p, B\}\subseteq\mathfrak{G}_1$

即チ $\mathfrak{G}$ ニ於テ order $\leq p$ ナル Element ハ凡テ $\mathfrak{G}_1$ ニ含マレルコトニナリマスカラ $\mathfrak{G}_2 = 1$. ヨッテ $\mathfrak{G}$ ハ直積非分解。

全体ノ群 $\mathfrak{G}$ ノ各 Element ノ order ガ $\leq p$ (即チ $A^p = 1$) ノ場合ニモ、モウ少シ複雑ナ群ヲトレバ出来ルト思ヒマス。又 $\mathfrak{G}$ ガ p-群デアルコトヲ要求シナケレバ上ト同様ナ方法デ次ノヤウニナリマス，唯 $B^q = 1$, $q/p-1$, $BAB^{-1} = A^\alpha$, $\alpha^q \equiv 1 \bmod p$. トシテ $\mathfrak{G}$ ガ組ラレマス。(直積非分解ノ証明ハコノ方ガ簡単) (以下略)