



Title	京及ビ半順序集合ノ積分解ニツイテ
Author(s)	中山, 正
Citation	全国紙上数学談話会. 1944, 262, p. 98-102
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75104
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

1171. 束及び半順序集合の積分解ニツイテ

中山 正 (名大)

単位及び零ヲ有スル束ノ直積 (= 積) 分解ノ一意性ハ周知ノ如クデ、*Birkhoff* ノ本 23 頁ニ述ベラレタキル。

(*Bull. A. M. S.* 40 参照) 一般ノ半順序集合ニツイテ真ノ一意性ガ成立タヌコトハ明カデガ、同型ノ意味デノ一意性ガ成立ツ豫想ハ本解決トシテ同著ノ問題ニ述ベラレタキル。

半順序集合 P において 0 及び 1 が有るモノを P に入るモノは一意の
 ことが同様に述べられてゐる。

サテ横山氏の本誌 253-4 号に單 = 最小元 0 のモノが有
 る半順序集合 = (真) - 一意性、成立つことが証明されて
 以下に更に拡張して、

次に様な条件がミグ半順序集合 P = ツイテ (真) - 一意
 性、成立つことを示したい。

「条件」 P = ツイテ元 e が存在して、任意の P の元 x
 に対して x 及び e より $\leq$ なる元及び $\geq$ なる元が P に存在する
 こと。

例へば 0 が有るモノが有るモノが、或は 0 も 1 もない。
 一般に、束 = ツイテ適用される。この証明は大体容易であるが、
 先づ束し、場合を始に述べよう。

即ち束しが二様 = 積 = 分解してキルトして

$$L = X_1, X_2, \dots, X_n = Y_1, Y_2, \dots, Y_m$$

とする。 L の各元はこれに應じて

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n) = (y_1, y_2, \dots, y_m)$$

$$(x_i \in X_i, y_j \in Y_j)$$

と表はされる。今 L の任意の元 e がトリシバラク此に固定
 する、而して

$$e = (e_1, e_2, \dots, e_n) = (f_1, f_2, \dots, f_m)$$

$$(e_i \in X_i, f_j \in Y_j)$$

とする。 x_i が X_i の任意の元とし、 $x_i^* = (x_i, e_2, \dots,$

e_n) + L / 元ヲ考ヘル。 X_1 ヲ x_1 が動クトキ、 x_1^* / 全体ヲ X_1^* デ表ハセバ、 $x_1 \longleftrightarrow x_1^* = \text{ヨリ } X_1^* \text{ ハ } X_1 \text{ ト同型ト } (L \text{ ノ部分}) \text{ 束ヲナス。 } \text{ここ} = X_1^* \text{ ハ } e \text{ ヲ含ミ且ツ}$

$$a, b \in X_1^*, a \leq c \leq b \text{ + ラバ } c \in X_1^*$$

+ L 性質ヲモツ。同様ニ $i = 1, 2, \dots, n$ トシテ X_i^* ヲ得ル。更ニ $Y_j = \text{ヨリ積表示ニ對應シテ } (y_1, f_2, \dots, f_m)$ ($y_1 \in Y_1$) + L / 元 / 全体 Y_j^* が Y_j ト同型ヲ同様ニ性質ヲモツ束トナル。 $Y_j^* (j = 1, 2, \dots, m)$ ニツイテモ同シ。

サテ X_1^* / 元 x_1^* ヲ Y_j 表示ニ依ッテ $x_1^* = (y_1(x_1), y_2(x_1), \dots, y_m(x_1))$ トスル、今

$$x_{1,j}^* = (f_1, \dots, f_{j-1}, y_j(x_1), f_{j+1}, \dots, f_m)$$

トオクニ、例ヘバ $j = 1$ ニ對シ

$$x_{1,1}^* \leq (y_1(x_1) \cup f_1, y_2(x_1) \cup f_2, \dots, y_m(x_1) \cup f_m) = x_1^* \cup e.$$

ここニ $x_1^*, e \in X_1^*$ がカラ $x_1^* \cup e \in X_1^*$ デアル。

同様ニ $x_{1,1}^* \geq x_1^* \cap e \in X_1^*$ 。ヨッテ X_1^* / 性質カラ $x_{1,1}^* \in X_1^*$ トナル。他方明カニ $x_{1,1}^* \in Y_1^*$ デアル。

同様ニシテ X_1^* ト Y_j^* / 共通部分ヲ $Z_{1,j}^*$ デ表ハセバ $x_{1,j}^* \in Z_{1,j}^*$ トナル。

X_1 / 二元 x_1, u_1 ヲトレバ $(x_1 \cup u_1)_j^* = x_{1,j}^* \cup u_{1,j}^*$ ナルコトハ明カデアル。ヨッテ $x_1 \rightarrow x_{1,j}^* \text{ ハ } X_1 \text{ カラ } Z_{1,j}^* \text{ ヘノ準同型デアル。更ニ } x_1 \text{ ハ } x_{1,1}^*, x_{1,2}^*, \dots, x_{1,m}^* \text{ デキ}$

マロカラ

$$x_i \longrightarrow (x_{i1}^*, x_{i2}^*, \dots, x_{im}^*)$$

ニヨリ X_i ハ積 $Z_{i1}^* Z_{i2}^* \dots Z_{im}^*$ / 中ニ同型ニ寫像サレル。コノ X_i / 像ハ積全体ニ游ルコトヲ見レタメニ、各 j = ツキ任意ニ

$$Z_{ij}^* = (f_1, \dots, f_{j-1}, y_j, f_{j+1}, \dots, f_m) \in Z_{ij}^*$$

ヲトシ、而シテ $Z_i^* = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ トオケバ

$$\begin{aligned} Z_i^* &\subseteq (y_1 \cup f_1, y_2 \cup f_2, \dots, y_m \cup f_m) \\ &= Z_{i1}^* \cup Z_{i2}^* \cup \dots \cup Z_{im}^* \end{aligned}$$

$Z_{ij}^* \subseteq X_i^*$ ガカラコノ右辺ハ $\in X_i^*$ 。同様ニ $Z_i^* \supseteq Z_{i1}^* \cap Z_{i2}^* \cap \dots \cap Z_{im}^* \in X_i^*$ 。従ツテ $Z_i^* \cap X_i^* =$ 属シ、コレニ對應スル $Z_i \in X_i$ / 像ハ集ハラレタ ($Z_{i1}^*, Z_{i2}^*, \dots, Z_{im}^*$) デアル。カワテ $X_i \cong Z_{i1}^* Z_{i2}^* \dots Z_{im}^*$ トナル。

一般ニ同様ニ Z_{ij}^* ヲ導入スレバ

$$X_i \cong Z_{i1}^* Z_{i2}^* \dots Z_{im}^*$$

トナル。而シテ對稱的ニ

$$Y_j \cong Z_{1j}^* Z_{2j}^* \dots Z_{nj}^*$$

デアル。従ツテ

$$L \cong Z_{11}^* Z_{12}^* \dots Z_{1j}^* \dots Z_{nm}^*$$

ハ我々ノ西積表示ノ共通ノ精密化デアル。

特ニ若シ X_i, Y_i ガミナ既約ナラバ $m=n$ デアリ適當ナ順序デ $X_1, \dots, X_n$ ト $Y_1, \dots, Y_n$ ガ互ニ同型ナル。

サテ、次 = 束デナク一般ノ前述ノ條件ヲミタス半順序集合ノ場合デアアルガ、ソノ場合ハ上ト同様デ單ニ「任意ノ元 e 」ノ代リニ條件中ノ e ヲトル。而シテ、 e ノ X ノ成分 $\uparrow$ 上ノ如ク e トスレバ、 e ノ X ノ成分 $\uparrow$ 度 P = 於ケル e ノ如キ性質ヲ有ツ。ソコデ $x_1 \in X_1$ = 對シテ $x_1, e_1 \leq \bar{x}_1$ ナル $\bar{x}_1 \in X_1$ ヲトレバ $\bar{x}_1^* = (\bar{x}_1, e_2, \dots, e_n) \in X_1^*$ 。

$\bar{x}_1^* \geq e$ ナカラ $\bar{x}_{1j}^* \in X_1^*$ ノコトハ直チニ知ラレル。同様ニ $x_1, e_1 \geq \bar{x}_1$ ヲトリ、 $\bar{x}_{1j}^* \in X_1^*$ 。

然レ $\bar{x}_{1j}^* \leq x_{1j}^* \leq \bar{x}_{1j}^*$ ナカラ $x_{1j}^* \in X_1^*$ ノコト $\uparrow$ 上ノ如ク $\in Z_{1j}^*$ デアル。

$X_1 \rightarrow Z_{1j}^*$ ガ準同型ノ事ハ明カ。

次ニ「上 $\wedge$ 」ノ証明デアアルガ、此ヘラレタ $Z_{1j}^* \in Z_{1j}^* =$ 對シ、 $Z_{1j}^*, e (=e_{1j}^*) \leq \bar{Z}_{1j}^*$ ナル $\bar{Z}_{1j}^* \in Z_{1j}^*$ ヲトリ、ソレニツキ上ノ如ク $\bar{Z}_{1j}^*$ ヲツクレバソレニ對シテハ $Z_{1j}^* \in X_1^*$ ナルコトハ上ノ通り、而シテ $Z_{1j}^* \leq \bar{Z}_{1j}^*$ 。同様ニ $Z_{1j}^* \geq \bar{Z}_{1j}^*$ ナル $\bar{Z}_{1j}^* \in X_1^*$ ガトレルカラ $Z_{1j}^* \in X_1^*$ トナリ証明サレル。

カクテ我々ノ條件ヲミタス場合ニハ積分解ノ一意性ガ成立ツ。

コレデ多分良イト思ヒマスガ、一般ノ半順序集合ノトキノ（同型的）一意性ニツキ御教示イタジケレバ幸々ニ思ヒマス。

—— 以上 ——