



Title	n 次元共形幾何學ノ公理ニ就テ
Author(s)	岩本, 秀行
Citation	全国紙上数学談話会. 1944, 264, p. 152-156
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75114
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

1181. N 次元共形幾何学ノ公理ニ就テ

岩 本 秀 行 (東大)

共形幾何学ノ基礎ニ関スル考察ハスデニ二三ノ人ニヨツ
テナサレテキマスガ、コノデハ一般ニ *reel, pythagoreic*
ch + *Körper* ニ於ケル N 次元共形幾何学ノ基礎ヲ系統
ダテ、ノベマス。

§1. $\mathcal{L}$ ヲ束トシ $\mathcal{L}$ ノ元ヲ $A, B, C, \dots$ デ、*join* ヲ $A+B$,
meet ヲ $A \cdot B$. 半順序ヲ $\leq$ デ表ハシマス。次ノ I—VI ヲ満
足スル $\mathcal{L}$ ヲ共形幾何トイヒマス。

I. 1. 任意ノ $A \in \mathcal{L}$ ニ對シ $A+O=A$, $A \cdot I=A$ ナル O, I
ガ存在スル。

2. $A \leq B \leq C$ ナラバ $B \cdot B' = A$, $B+B' = C$ ナル B'
ガ存在スル。

3. $A \cdot B \cdot C > 0$, $A \leq C$ ナルスベテ A, B, C ニ對シ
modular identity: $(A+B)C = A+B \cdot C$
ガ成立スル。

定義 $O \leq A \leq P$ ナラバ $A=O$ スルハ $A=P$ ナル如キ
 P ヲ点トヨビマス。

4. P, Q ガ任意ノ点デ $O \leq R \leq P+Q$ ナラバ $R=O$ スルハ
 $R=P$ スルハ $R=Q$ デアル。

5. P ガ点デ $A \leq B \leq A+P$ ナラバ $B=A$ スルハ $B=A$
 $+P$.

上ノ I. (1—5) ヨリ $\mathcal{L}$ ニ次ノ性質ヲモツ次元函数ガ入

ルコトが分リマス 即チ任意ノ $A \in \mathcal{L} = -I \subseteq \mathcal{L}(A) \subseteq +\infty$ ナル整数 $d(A)$ が対応シテ

1. $d(0) = -1, \quad d(P) = 0$
2. $d(A) < +\infty$ ナラバ $d(A) = 1 + \max_{A' \leq A} d(A')$
3. $d(A), d(B) < +\infty$ ナラバ

$$d(A) + d(B) \geq d(A+B) + d(A \cdot B)$$

II. $A_1 \geq A_2 \geq \dots, (A_1 \leq A_2 \leq \dots)$

ナル列 $A_1, A_2, \dots$ ガアレバ、或ル自然数 k が存在シテ $A_k = A_{k+1} = \dots$ トナル。

之カラ次ノコトが分リマス。

任意ノ $A \neq I$ に対シ有限コノ獨立ナ点 $P_1, \dots, P_n$ ガアツテ

$$A = P_1 + P_2 + \dots + P_n$$

定義 ニツノ元 A, A' ト点 P ガアツテ、次ノ 1), 2) が成立ツトキ A, A' ハ P デ切スルトイヒマス。

- 1). $A \cdot A' = P \quad d(A), d(A') > 0$
- 2). $d(A + A') \leq 1 + \max(d(A), d(A'))$

III. P, Q, R, S ヲ獨立ナ四点トスレバ

$R \leq L \leq P + Q + R + S$ 且 $(P + Q + R) \cdot L = R$ ナル L が唯一ツ存在スル、之カラ次ノコトが證明サレマス。

定理 1. A, B, C が三ツノ元デ $0 < d(A) \leq d(B) \leq d(C)$ デ A が $P =$ 於テ $B =$ 切シ、 B が $P =$ 於テ $C =$ 切スルナラバ A ハ $P =$ 於テ $C =$ 切スル。

定理 2. $d(A) > 1, A \geq P, P' \neq A$ ナラバ $d(A) = d$

(A') デ $P =$ 於テ $A =$ 切スル様ナ A' ガ唯一ツ存在スル。

定理3. A, B ガ $P =$ 於テ切スルトスル、 Q ヲ $Q \neq A, B$ ナル点トスル。 A', B' ガ $A', B' > Q$ デ $P =$ 於テ $A, B =$ 切スル元トスレバ $A+B, AB$ ハ $P =$ 於テ夫々 $A'+B', A'B' =$ 切スル。

§2. W ヲ $\mathcal{L}$ カラトツタ或ル一定ノ点トシマス。 $A > W$ ナル任意ノ $A =$ 対シ、次ノ如ク A_∞ ヲ定義シマス。

定義 A_∞ ハ $A =$ 於テ $W =$ 切シ、且ツ $d(A) = d(A')$ ナル A' 全体デアル。

定義 ニツノ A_∞, B_∞ ガフルトスル、 A_∞, B_∞ カラ夫々任意ノ元、 A, B ヲトリ、 $\mathcal{L}$ ノ点 P ($\neq W$) ヲ任意ニトル。 $A', B' \geq P$ デ且ツ A', B' ガ夫々 $W =$ 於テ $A, B =$ 切スル様 $= A', B'$ ヲトリ $A_\infty \vee B_\infty = (A' + B')_\infty$, $A_\infty \wedge B_\infty = (A'B')_\infty$ ト定義スル、コノ定義ハ A, B, P , ノトリ方ニ関係セズ、 A_∞, B_∞ ノミニヨリ定マル

定義 $\mathcal{L}_W$ ヲ次ノ如キモノノ全体ノ集合トスル： $\mathcal{L} =$ 於テ： W ト異ル点、 $A > W$ ナル任意ノ A ト A_∞ トヲ組合セタモノ (A, A_∞) 、及び任意ノ $A > W$ カラ定マル A_∞ 、 $\mathcal{L}_W$ ノ元ヲ $a, b, c, \dots$ デ表ハス。

定理4. $\mathcal{L}_W$ ハソノ元ノ間ノ次ノ如キ結合ノ規則デ有有限次元ノ *complemented modular lattice* ヲツクル。

1) $a = P, b = Q, P, Q$ が $\neq W$ ナル点ナルトキハ

$$a \sim b = P + Q, a \wedge b = P \cdot Q$$

2) $a = A_{\infty}, b = B_{\infty}$ ナラバ $a \sim b = A_{\infty} \sim B_{\infty}, a \wedge b = A_{\infty} \wedge B_{\infty}$.

3) $a = (A, A_{\infty}), b = P$ ナルトキ、 $P < B$ ガ W ニ於テ
 $A =$ 切スルト ($d(B) = 2$) コノ様ナ B ハ必ズアル。
然ルトキ $A + B = C$ トスレバ

$$a \sim b = (C, C_{\infty})$$

$$\times \quad P < A \longrightarrow a \wedge b = a$$

$$P \neq A \longrightarrow a \wedge b = a$$

4) $a = (A, A_{\infty}), b = (B, B_{\infty})$ ノトキ

$$a \sim b = (A + B, A_{\infty} \sim B_{\infty}), a \wedge b = (A \cdot B, A_{\infty} \wedge B_{\infty})$$

又 $\mathcal{L}$ ハ次ノ條件ヲ満足スルトスル。

IV. P, Q, R ヲ獨立ノ三点トスレバ $S < P + Q + R, S \neq P, Q, R$ ナル S ガ恰クトモ一ツ存在スル。

V. P, Q, R, S ガ獨立ナ任意ノ四点デ

$W < P + Q + R + S, A < W + P + Q, B < W + R + S$ ナラバ
 $W + P + R, W + Q + S$ ハ W デ切スル。

(Vハソノ幾ツカノ点ガ一致スル場合モ或ル *modification* デ成立ツコトガ分リマス)

$\mathcal{L}$ ノ二次元ノ元ヲ円トイフコトニシマス。 A ヲ $W < A$ ナル任意ノ円トスルトキ (A, A_{∞}) ヲ $\mathcal{L}_W$ ノ直線トイフコトニシマス。 A ガ $\mathcal{L}$ ノ次元ノ元デ $A > W$ ノトキ A_{∞} 及び (A, A_{∞}) ヲ $\mathcal{L}_W$ ノ *k-element* トイフコト

ニシマス。然ラバ上ノ I, II, III, IV カヲ $\mathcal{L}_W$ ハ *Veblen-Young* ノ意味ノ射影幾何ナルコトが分リマス。

定義 A, B ヲ W ニ於テ切スルニツノ元トスルトキ $a = (A, A_\infty), b = (B, B_\infty)$ ハ互ニ平行デアルトイフ。

定理 5. a, b ヲ同一ノ平面 ($\mathcal{L}_W$ ノ二次元ノ元) 上ノ二直線トシ p, q, r ヲ a 上ノ p', q', r' ヲ b 上ノ三点トスル。 $p, p', r, r'; r, r', q, q'$ ガ夫々同一円周上ニアレバ $p \sim p', q \sim q'$ ハ互ニ平行デアル。(Fig 1) 之ハ ∇ カヲ直ニ出ル。

定理 6, (*Pascal*ノ定理) (Fig 2)

定理 7, (*Desargues*ノ定理) (Fig 3)

定理 8, (円ニ内接スル六角形ニ關スル *Pascal*ノ定理)

