OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Deuringノ論文ニツイテノ注意
Author(s)	中山, 正; 東屋, 五郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1944, 265, p. 202-209
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75123
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

1190. Deuring ノ論文ニツイテノ注意

中山正　東屋五郎(缺)

M. Deuring ノ論文 Arithmetische Theorie der Korrespondenzen algebraischer Funktionenkörper I' (Crelle, 177) デ大シタコトデハアリマセンガ、一寸証明ノ間違ツテヰル所ガアリマスノデ、ソレニツイテ注意シ、序デニ一二証明ガ非常ニ略サレテヰル様ニ見エル点モ補ツテ見タイト思ヒマス。

1. K^* ハ代数的閉体 k ノ上ノ一変数ノ代数函数体 K_1, K_2 ハ K^* ニ含マレテ、而モ K^* ヲ Kompositum トスル。k ノ上ノ代数函数体トスル。

上記論文165頁ノ Hilfssatz 3. ノ證明ノタメニハ Lemma トシテ、

K^*/k ノ任意ノ Primdivisor $\mathfrak{p}^*$ ガ K_1, K_2 ニ於テ引起ス Primdivisor ヲ夫々 $\mathfrak{p}_1, \mathfrak{p}_2$ トスルトキ、有限個ノ $\mathfrak{p}^*$ ヲ除イテ

(1)　$\mathfrak{p}^* = (\mathfrak{p}_1, \mathfrak{p}_2)$

ナルコトヲイヘバヨイノデ、コレガ次頁6行目ニ除カレルベキ $\mathfrak{p}^*$ ヲモ示シテアリマスガ、ソレ丈ケノ條件ナラ足リナイヤウニ思ハレマス。次ニ兎ニ

角上ノ Lemma ヲ証明シテミマス。

165頁ニアルヤウニ K^*/K_1 ヲ separabel, n 次トシ、K_2 ノ元 $w_i (i=1,2,\cdots,n)$ ヲ K^*/K_1 ノ Basis ナル如クトル。L ヲ K^*/K_1 ノ Galois 体トスル。K^*, K_1, K_2 ノ Primdivisor ハスベテ L ノ Divisor ト見ラレルワケデアル。K^*/K_1 ノ Diskriminante $D_1 = |S_1(w_i w_j)| (\neq 0) \in K_1$ ノ Zählerdivisor ヲ $\mathfrak{d}_1$ トスル。次ニ $w_i (i=1,2,\cdots,n)$ 及ビソノスベテノ K_1 ニ対スル共軛 $w_i^{(1)} = w_i, w_i^{(2)}, \cdots, w_i^{(n)}$ ノ Nennerdivisor ノ積ヲ $\mathfrak{m}$ トスル。

シカルトキ $\mathfrak{g}^*$ ト $\mathfrak{d}_1\mathfrak{m}$ ナル $\mathfrak{g}^*$ ニ関シテ(1)ガ成立スルコトガ云ヘレバ十分デアル。

$\mathfrak{g}^*$ ト $\mathfrak{d}_1\mathfrak{m}$ ヲトリ、ソノ K_1 ニ対スル共軛 Divisor ヲ $\mathfrak{g}^{*(1)} = \mathfrak{g}^*, \mathfrak{g}^{*(2)}, \cdots, \mathfrak{g}^{*(n)}$ トシ、コレラスベテニ関シテ ganz ナ K^* ノ元全体ノナス環ヲ $\mathfrak{O}^*$ トスル。

$\mathfrak{O}^*$ ノ任意ノ元 $Z = \sum_i a_i w_i (a_i \in K_1)$ ト表ハス。シカラバ

$$S_1(Z w_j) = \sum_i a_i S_1(w_i w_j) \quad (j=1,2\cdots,n)$$

ナル方程式ガ得ラレル。

$\mathfrak{g}^*$ ト $\mathfrak{m}$ ダカラ w_i ノ共軛ハスベテ $\mathfrak{g}^*$-ganz ナルニハ $\mathfrak{g}^*$ ノスベテ共軛ニ関シテ ganz 即チ Z ノ共軛ハスベテ $\mathfrak{g}^*$-ganz ナル故、$S_1(Z w_j), S_1(w_i w_j)$ ガス

ベテ $\mathfrak{p}_1$-ganz デアルコトガ分ル。従ツテ上ノ方程式ヨリ $D_1 a_i$ ガ $\mathfrak{p}_1$-ganz トナルガ、更ニ $\mathfrak{p}^*$ ナルコトカラ a_i ガ $\mathfrak{p}_1$-ganz デアルコトガ分ル。w_i ハ $\mathfrak{p}_2$-ganz デアリ、且ツ $\mathfrak{o}$ ガ代数的閉体ダカラ

$$a_i \equiv a_i \mod \mathfrak{p}_1, \quad w_i \equiv w_i \mod \mathfrak{p}_2$$

ナル $\mathfrak{o}$ ノ元 a_i, w_i ガ存在スル故

$$z \equiv \sum_i a_i w_i \mod (\mathfrak{p}_1, \mathfrak{p}_2).$$

即チ $\mathfrak{o}^*$ ノ元ハスベテ $\mathrm{mod}(\mathfrak{p}_1, \mathfrak{p}_2)$ ニ関シテ $\mathfrak{o}$ ノ元ト合同デアル、従ツテ $(\mathfrak{p}_1, \mathfrak{p}_2)$ ハ K^* ニ於テ Prim-divisor デナケレバナラナイガ $\mathfrak{p}^* | (\mathfrak{p}_1, \mathfrak{p}_2)$ デアルカラ結局(1)ガ成立ツ。

2. 以下 $\mathfrak{o}$ ヲ vollkommen 十体 $K, \mathfrak{K}$ ヲ $\mathfrak{o}$ ノ上ノ一変数ノ代数函数体デ而モ $\mathfrak{o}$ ガ $K, \mathfrak{K}$ ノ中デ代数的ニ閉ゲテヰルト假定スル。

シカラバ、$K, \mathfrak{K}$ i Kompositum デ而モ $\mathfrak{o}$ ノ上ノ二変数ノ代数函数体トナル体 $\mathfrak{f}$ ガ一意的[1](bis auf Isomorphie)ニ存在スルガ $K, \mathfrak{K}$ ガ実際 $\mathfrak{f}$ ニ含マレテヰルト假定スル。ソノトキ $\mathfrak{o}, K, \mathfrak{K}$ ガスベテ $\mathfrak{f}$ ニ於テ代数的ニ閉ゲテヰルコト[2]ガ容易ニ証明サレル。

---

(1)(2) ハ $\mathfrak{o}$ ガ vollkommen トイフ假定カラ出ルヤウニ思ハレマス。

$\mathfrak{o}/K$ ハ一変数代数函数体デアルガ、ソノ Prim-divisor ノ中 $K/\mathfrak{k}$ ニ於テ(trivial ナラザル) Prim-divisor ヲ引起スモノヲ konstante Primdivisor シカラザルモノヲ nicht-konstante Primdivisor ト呼ビマス。(167頁 §2.)

nicht-konstante Primdivisor トハ即 $\mathfrak{o}/K$ 及ビ $\mathfrak{O}/K$ ノ Primdivisor ト考ヘラレル Primdivisor デアリマスガ、コレニ関シ次ノ定理ガ成立チマス。

定理 KKハ$\mathfrak{o}$ヲ商体トスル整域デ、ソコニ於テ gewöhnliche arithmetik ガ成立チ、ソノ Primideal 全体ト$\mathfrak{o}$ノ nicht-konstante Primdivisor 全体トガ一対一ニ対応スル。

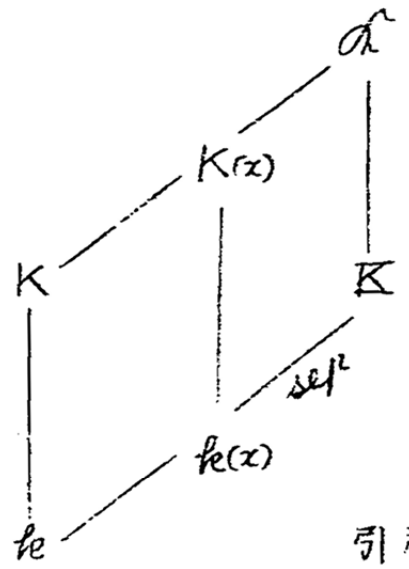
証明. $\mathfrak{k}$ ハ vollkommen ダカラ $K/\mathfrak{k}(x)$ ガ separabel ナル如キ K ノ元 x ガ存在スルガ先ヅ $K, \mathfrak{k}(x)$ ニ関シテコノ定理ヲ証明スル。

K ト $\mathfrak{k}(x)$ ノ Kompositum ハ $K(x)$ デアルガ、$K(x)/K$ ノ Primdivisor ハヨク知ラレタヤウニ $K[x]$ ニ於イテ、ソノ既約多項式ニヨッテ定義サレルモノ及ビ $K[\frac{1}{x}]$ ニ於テ、ソノ既約多項式 $\frac{1}{x}$ ニヨリ定義サレルモノデ盡サレル。

シカルニ $\mathfrak{k}$ ハ K ニ於テ代数的ニ閉ヂテヰルノデアルカラ、$\mathfrak{k}[x]$ 及ビ $\mathfrak{k}[\frac{1}{x}]$ ノ既約多項式ハ $K[x]$, $K[\frac{1}{x}]$ ニ於テモ既約デアルコトヨリ $K(x)$ ノ nicht-konstante

Primdivisor トハ $k[x]$ ニ属シナイ $K[x]$ ノ既約多項式ニヨリ定義サレルモノ全体デアルコトガ分ル。

$K(x)$ ノ元 $\frac{F(x)}{G(x)}$, x ($F(x), G(x) \in K[x]$) ヲ既約分数ノ形ニ表ハストキモシ $G(x)$ ノ素因子ノ中ニ $k[x]$ ニ属シナイモノガアレバソレニヨリ定義セラレル nicht-konstante Primdivisor ニ関スル $\frac{F(x)}{G(x)}$ ノ位数ハ負トナル故、スベテノ nicht-konstante Primdivisor ニ関シテ位数ガ0又ハ正ナル元全体ガ $K \cdot k(x)$ デアルコトガ分ル。$k[x]$ ニ於テ Arithmetik ガ成立ツカラソレヲ含ム $K k(x)$ ニ於テモ成立ツ。



次ニ $K(x)$ カラ Ω ヘ移ル区 $/k(x)$ ハ代数的ダカラ Ω ノ Primdivisor ガ nicht-konstante デアルタメノ必要且ツ十分ナル條件ハソレガ $K(x)$ ニ於テ nicht-konstante Primdivisor ヲ引起スコトデアルカラ Ω ノスベテノ nicht-konstante Primdivisor ニ関スル位数ガ正又ハ0ナル Ω ノ元全体ガ、Ω ノ $K k(x)$ ニ対スル Hauptordnung ト一致シ、従ツテソコニ於テ gewöhnlicher Arithmetik ノ成立ツコトガ分ル。

従ツテ結局 K 区ガ丁度 $K k(x)$ ニ対スル Hauptordnung

ニナッテ牛ルコトガイヘレバヨイガ、KK1元ガスベテ K·k(x) =対シテ ganz-abhängig即 Haupt-ordnung =含マレルコトハ明カデアル。

K|k(x)1 Basis ヲ wi(i=1.2,……,n) トスレバ Diskriminante |Δ(wi wj)| ハ K|k(x) ガ separabel ダカラ、0デナイ k(x)1元デアルガ、wiガ又KK1 K·k(x) =対スル minimal basis ナルコトヨリ|Δ(wi wj)|ハ又 KK1 K·k(x) =対スル Diskriminante デアルコトガ分ルガ、k(x)1キ0ナル元ハ K·k(x)1 Einheit ナル故，KKガ Maximalordnung，従ッテ Hauptordnung ナルコトガ分ル。（証終）

次ニξヲ k ニ属シナイ K1任意1元トシ、K1 k[ξ] =対スル Hauptordnung ヲ Kξ，Ω1 K[ξ] =対スル Hauptordnung ヲ Ωξ トスルトキ、例ヘバ、167頁1 Satz 1.2.1証明ニ必要トナル様ニ

$$\Omega_\xi = K_\xi \cdot K$$

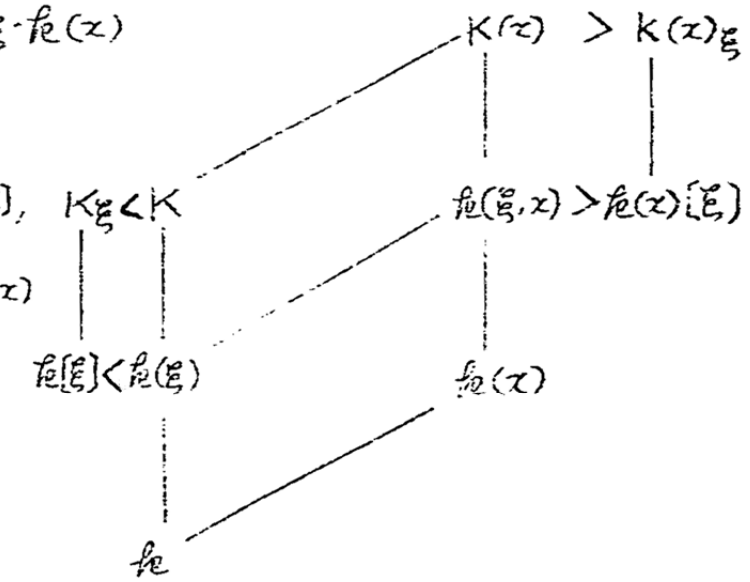
ガ成立ツコトヲ証明シマス。

ソノタメニ前1ヤウニ K|k(x) ガ separabel ナル如クエヲトツヲ先ヅ K，k(x) ニツイテ証明スル。

Kξ·k(x)1元ハ k(x[ξ] =対シテ ganz-abhängig ダカラ Kξ·k(x) ガ全整閉（vollständig ganz-

abgeschlossen) ナルコトガイヘレバヨイ。$K\cdot\mathfrak{k}(x)$ ハ上ノ定理デ証明シタヤウニ

全整閉デ且ツ $K\xi\cdot\mathfrak{k}(x)$ ヲ含ム故 $K\cdot\mathfrak{k}(x)$ ノ元 $\frac{F(x)}{f(x)}$, $(F(x)\in K[x],\ f(x)\in\mathfrak{k}[x])$ $K\xi\cdot\mathfrak{k}(x)$ ニ対シガ fast ganz 即チ



(2) $\frac{G(x)}{g(x)}\left(\frac{F(x)}{f(x)}\right)^{\nu}\in K\xi\cdot\mathfrak{k}(x)$, $(\nu=1,2,3\cdots)$

ナル $\frac{G(x)}{g(x)}\neq 0$ $(G(x)\in K\xi[x],\ g(x)\in\mathfrak{k}[x])$ ガ存在スルトキ、$\frac{F(x)}{f(x)}\in K\xi\cdot\mathfrak{k}(x)$ デアルコトガイヘレバヨイ。

(2) ヨリ

$$G(x)(F(x))^{\nu}\in K\xi\cdot\mathfrak{k}(x),\quad(\nu=1,2,3\cdots)$$

ガ得ラレルガ、$G(x)=b_0+b_1x+\cdots$ $F(x)=a_0+a_1x+\cdots$ トオクトキ $\frac{1}{z}\in K\xi\cdot\mathfrak{k}(x)$ ダカラ $b_0\neq 0$ ト假定シテヨイ。

$$G(x)(F(x))^{\nu}=\frac{H_\nu(x)}{h_\nu(x)},$$

$$H_\nu(x)=C_0^{(\nu)}+C_1^{(\nu)}x+\cdots\in K\xi[x]$$

$$h_\nu(x)=\gamma_0^{(\nu)}+\gamma_1^{(\nu)}x+\cdots\in\mathfrak{k}[x]$$

トオクトキ、$\gamma_0^{(\nu)} \neq 0$ ト假定シテヨイ。シカラバ

$$b_0 a_0^{\nu} = \frac{c_0^{(\nu)}}{\gamma_0^{(\nu)}} \in K_\xi \quad (\nu = 1, 2, \cdots\cdots)$$

ガ得ラレルガ、K_ξ ハ全整閉ダカラ、$a_0 \in K_\xi$ ナルコトガ分ル。

從ツテ $a_1 + a_2 x + \cdots = \frac{1}{x}(F(x) - a_0)$ ガ又 fast gang ナルコトカラ、$a_1 \in K_\xi$ 同様ニ續ケテキツテ $F(x) \in K_\xi[x]$ ナルコトガ分ル。

$K(x)$ カラ $\mathfrak{f}$ ヘ移ルノハ前定理ト全ク同様ニシテ証明サレマスカラ省略シマス。