



Title	Deuringノ論文ニツイテノ注意
Author(s)	中山, 正; 東屋, 五郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1944, 265, p. 202-209
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75123
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

1190. Deuring / 論文ニツイテノ注意

中山 正 東 屋 五 郎(缺)

M. Deuring / 論文 *Arithmetische Theorie der Korrespondenzen algebraischer Funktionenkörper I'* (Galle, 1977) デ大シタコトデハアリマセンガ、一寸証明ノ間違ツテキル所ガアリマスノデ、ソレニツイテ注意シ、序デニーニ証明ガ非常ニ略サレテキル様ニ見エル点モ補ツテ見タイト思ヒマス。

1. K^* ハ代数的閉体 k ノ上ノ一変数ノ代数函数体 K_1, K_2 ハ K^* ニ含まレテ、而モ K^* ヲ *Kompositum* トスル。 k ノ上ノ代数函数体トスル。

上記論文 165 頁 / *Hilfssatz 3.* / 証明ノタメニハ *Lemma* トシテ、

K^*/k ノ任意ノ *Primdivisor* $\mathfrak{p}^*$ ガ K_1, K_2 ニ於テ引越ス *Primdivisor* ヲ夫々 $\mathfrak{p}_1, \mathfrak{p}_2$ トスルトキ、有限個ノ $\mathfrak{p}^*$ ヲ除イテ

$$(1) \quad \mathfrak{p}^* = (\mathfrak{p}_1, \mathfrak{p}_2)$$

ナルコトヲイヘバヨイノデ、コレガ次頁 6 行目ニ除カレルベキ $\mathfrak{p}^*$ ヲモ示シテアリマスガ、ソレヌケノ條件ナラ足りナイヤウニ思ハレマス。次ニ兎ニ

角上ノ Lemmaヲ証明シテミマス。

165頁ニアルヤウニ K^*/K_1 ヲ separabel, n 次トシ、 K_2 ノ元 $w_i (i=1, 2, \dots, n)$ ヲ K^*/K_1 ノ Basisナル如クトル。 L ヲ K^*/K_1 ノ Galois体トスル。 K^*, K_1, K_2 ノ Primdivisorハスベテ L ノ Divisorト見ラレルワケデアル。 K^*/K_1 ノ Diskriminante $D_1 = |S_1(w_i w_j)| (\neq 0) \in K_1$ ノ Zählerdivisorヲ $\mathfrak{d}_1$ トスル。 次ニ $w_i (i=1, 2, \dots, n)$ 及ビソノスベテノ K_1 ニ対スル共軛 $w_i^{(1)} = w_i, w_i^{(2)}, \dots, w_i^{(n)}$ ノ Nennerdivisorノ積ヲルトスル。

シカルトキ $\mathfrak{f}^* \nmid \mathfrak{d}_1$ ナル $\mathfrak{f}^* = \text{商シテ}(1)$ ガ成立スルコトガ云ヘレバ十分デアル。

$\mathfrak{f}^* \nmid \mathfrak{d}_1$ ヲトリ、ソノ K_1 ニ対スル共軛 Divisorヲ $\mathfrak{f}^{*(1)} = \mathfrak{f}^*, \mathfrak{f}^{*(2)}, \dots, \mathfrak{f}^{*(n)}$ トシ、コレヲスベテニ 商シテ ganz + K^* ノ元全体ノナス環ヲ $\mathfrak{O}^*$ トスル。

$\mathfrak{O}^*$ ノ任意ノ元 $Z = \sum_i a_i w_i (a_i \in K_1)$ ト表ハス。シカラバ

$S_1(Z w_j) = \sum_i a_i S_1(w_i w_j) \quad (j=1, 2, \dots, n)$ ナル方程式ガ得ラレル。

$\mathfrak{f}^* \nmid \mathfrak{d}_1$ ダカラ w_i ノ共軛ハスベテ $\mathfrak{f}^*$ -ganz又 Z ハ $\mathfrak{f}^*$ ノスベテ共軛ニ 商シテ ganz 即チ Z ノ共軛ハスベテ $\mathfrak{f}^*$ -ganz ナル故、 $S_1(Z w_j), S_1(w_i w_j)$ ガス

ベテ f_1 -ganz デアルコトガ分ル。従ツテ上ノ方程
式ヨリ $D_1 a_i$ ガ f_1 -ganz トナルガ、更ニ $f_1^* \nmid w_i$ ナ
ルコトカラ a_i ガ f_1 -ganz デアルコトガ分ル。
 w_i ハ f_2 -ganz デアリ、且ツ f が代数的閉体ダ
カラ

$$a_i \equiv a_i \pmod{f_1}, \quad w_i \equiv w_i \pmod{f_2}$$

ナル f ノ元 a_i, w_i ガ存在スル故

$$z \equiv \sum_i \alpha_i w_i \pmod{(f_1, f_2)}.$$

即チ f^* ノ元ハスベテ $\pmod{(f_1, f_2)}$ ニ属シテ f ノ元
ト合同デアル、従ツテ (f_1, f_2) ハ K^* = 於テ *Prim-*
divisor デナケレバナラナイガ $f^* \mid (f_1, f_2)$ デアル
カラ結局 (1) が成立ツ。

2. 以下 f ヲ *vollkommen* ナ体 K, K ヲ f ノ上ノ
一変数ノ代数函数体デ而モ f ガ K, K ノ中デ代数的
ニ閉デテキルト假定スル。

シカラバ, K, K i *Kompositum* デ而モ f ノ上
ノ二変数ノ代数函数体トナル体 $\mathcal{K}$ ガ一意的⁽¹⁾ (*bis*
auf Isomorphie) = 存在スルガ K, K が實際
 $\mathcal{K}$ = 含マレテキルト假定スル。ソノトキ f, K, K
ガスベテ $\mathcal{K}$ = 於テ代数的ニ閉デテキル⁽²⁾ コトガ容易
ニ証明サレル。

(1)(2) ハ f が *vollkommen* トイフ假定カラ出ルヤウニ思ハレマス。

$\mathcal{O}/K$ は一変数代数函数体デアルガ、ソノ *Prim-divisor* ノ中 $K/\mathcal{O} = \text{於テ}$ (*trivial* ナラザル) *Prim-divisor* ヲ引起スモノヲ *konstante Primdivisor* シカラザルモノヲ *nicht-konstante Primdivisor* ト呼びマス。(167 頁 § 2.)

nicht-konstante Primdivisor ト即 $\mathcal{O}/K$ 及び $\mathcal{O}/K$ ノ *Primdivisor* ト考ヘラレル *Primdivisor* デアリマスガ、コレニ関シ次ノ定理が成立テマス。
 定理 $K/\mathcal{O}$ ハ $\mathcal{O}$ ヲ商体トスル整域デ、ソコニ於テ *gewöhnliche arithmetik* が成立テ、ソノ、
Primideal 全体ト $\mathcal{O}$ ノ *nicht-konstante Prim-divisor* 全体トガ一对一ニ対応スル。

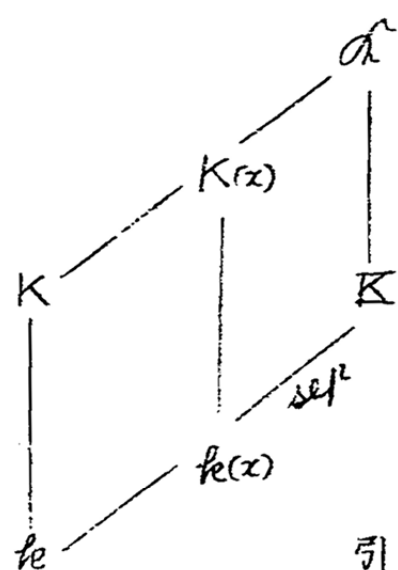
証明. $\mathcal{O}$ ハ *vollkommen* ダカラ $K/\mathcal{O}(x)$ が *separable* ナル如キ K ノ元 x が存在スルガ先ヅ $K/\mathcal{O}(x)$ = 関シテコノ定理ヲ証明スル。

K ト $\mathcal{O}(x)$ ノ *Kompositum* ハ $K(x)$ デアルガ、
 $K(x)/K$ ノ *Primdivisor* ハヨク知ラレタヤウニ $K(x) = \text{於イテ}$ 、ソノ既約多項式ニヨツテ定義サレルモノ及び $K(\frac{1}{x}) = \text{於テ}$ 、ソノ既約多項式 $\frac{1}{x}$ ニヨリ定義サレルモノデ盡サレル。

シカルニ $\mathcal{O}$ ハ $K = \text{於テ}$ 代数的ニ関デテキルノデア
 ルカラ、 $\mathcal{O}(x)$ 及び $\mathcal{O}(\frac{1}{x})$ ノ既約多項式ハ $K(x)$ 、 $K(\frac{1}{x}) = \text{於テ}$ モ既約デアルコトヨリ $K(x)$ ノ *nicht-konstante*

Primdivisor トハ $\mathfrak{p}(x) = \text{属シナイ } K(x) \text{ノ既約多項式}$ ニヨリ定義サレルモノ全体デアルコトガ分ル。

$K(x)$ ノ元 $\frac{F(x)}{G(x)}$, $(F(x), G(x) \in K(x))$ ヲ既約分数ノ形ニ表ハストキモシ $G(x)$ ノ素因子ノ中ニ $\mathfrak{p}(x) = \text{属シナイモノ}$ ガアレバソレニヨリ定義セラレル *nicht-konstante Primdivisor*ニ関スル $\frac{F(x)}{G(x)}$ ノ位数ハ負ナル故、スベテノ *nicht-konstante Primdivisor*ニ関シテ位数ガ0又ハ正ナル元全体ガ $K \cdot \mathfrak{p}(x)$ デアルコトガ分ル。 $\mathfrak{p}(x)$ ニ於テ *Arithmetik*ガ成立ツカラソレヲ含ム $K \mathfrak{p}(x)$ ニ於テモ成立ツ。



次ニ $K(x)$ カラ $\mathfrak{p}(x)$ ヘ移ル $K/\mathfrak{p}(x)$ ハ代数的ダカラ $\mathfrak{p}(x)$ ノ *Primdivisor*ガ *nicht-konstante*デアルタメノ必要且ツ十分ナル条件ハソレガ $K(x)$ ニ於テ *nicht-konstante Primdivisor*ヲ

引起スコトデアルカラ $\mathfrak{p}(x)$ ノスベテノ *nicht-konstante Primdivisor*ニ

関スル位数ガ正又ハ0ナル $\mathfrak{p}(x)$ ノ元全体ガ、 $\mathfrak{p}(x)$ ノ $K \mathfrak{p}(x)$ ニ対スル *Hauptordnung*ト一致シ、従ツテソレニ於テ *gewöhnliche Arithmetik*ノ成立ツコトガ分ル。

従ツテ結局 $K/\mathfrak{p}(x)$ ガ丁度 $K/\mathfrak{p}(x)$ ニ対スル *Hauptordnung*

ニナツテキルコトガイヘレバヨイガ、 K/K ノ元ガス
ベテ $K \cdot k(x) =$ 対シテ *ganz-abhängig* 即 *Hauptordmmg* = 含まレルコトハ明カデアル。

$K/k(x)$ ノBasisヲ $w_i (i=1, 2, \dots, n)$ トスレバ
Diskriminante $|\Delta(w_i w_j)|$ ハ $K/k(x)$ ガ *separabel*
ダカラ、0デナイ $k(x)$ ノ元デアルガ、 w_i ガ又 K/K ノ
 $K \cdot k(x) =$ 対スル *minimal basis* ナルコトヨリ $|\Delta(w_i$
 $w_j)|$ ハ又 K/K ノ $K \cdot k(x) =$ 対スル Diskriminante
デアルコトガ分ルガ、 $k(x) \neq 0$ ナル元ハ $K \cdot k(x)$ ノ
Einheitナル故、 K/K ガ *Maximalordmmg*、
従ツテ *Hauptordmmg* ナルコトガ分ル。(証終)

次ニ ξ ヲ $k =$ 属シナイ K ノ任意ノ元トシ、 K ノ
 $k[\xi] =$ 対スル *Hauptordmmg*ヲ $K\xi$ 、 $\mathcal{O} = K[\xi] =$
対スル *Hauptordmmg*ヲ $\mathcal{O}\xi$ トスルトキ、例ヘ
バ、167頁ノ Satz 1.2.ノ証明ニ必要ナル様ニ

$$\mathcal{O}\xi = K\xi \cdot K$$

ガ成立ツコトヲ証明シマス。

ソノタメニ前ノヤウニ $K/k(x)$ ガ *separabel*ナル
如クスヲトツテ先ヅ $K, k(x) =$ ツイテ証明スル。

$K\xi \cdot k(x)$ ノ元ハ $k(x[\xi]) =$ 対シテ *ganz-abhängig*
ダカラ $K\xi \cdot k(x)$ ガ全整閉 (*vollständig ganz-*

abgeschlossen) ナルコトガイヘレバヨイ。 $K \cdot \mathcal{R}(x)$

ハ上ノ定理デ証明シタヤウ =

全整閉デ且ツ $K_{\xi} \cdot \mathcal{R}(x)$

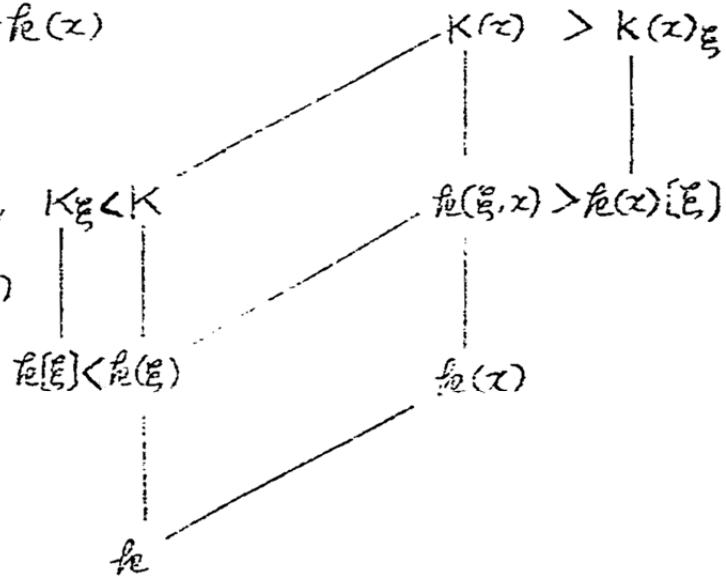
ヲ含ム故 $K \cdot \mathcal{R}(x)$

1 元 $\frac{F(x)}{f(x)}$, $(F(x) \in K[x], K_{\xi} \subset K$

$f(x) \in \mathcal{R}(x)) K_{\xi} \cdot \mathcal{R}(x)$

= 対シガ fast

ganz 即チ



$$(2) \quad \frac{G(x)}{g(x)} \left(\frac{F(x)}{f(x)} \right)^{\nu} \in K_{\xi} \cdot \mathcal{R}(x), \quad (\nu = 1, 2, 3, \dots)$$

ナル $\frac{G(x)}{g(x)} \neq 0$ ($G(x) \in K_{\xi}[x], g(x) \in \mathcal{R}(x)$) が存在スルト

キ、 $\frac{F(x)}{f(x)} \in K_{\xi} \cdot \mathcal{R}(x)$ デアルコトガイヘレバヨイ。

(2)ヨリ

$$G(x) (F(x))^{\nu} \in K_{\xi} \cdot \mathcal{R}(x), \quad (\nu = 1, 2, 3, \dots)$$

ガ得ラレルガ、 $G(x) = b_0 + b_1 x + \dots$ $F(x) = a_0 + a_1 x +$

$\dots$ トオクトキ $\frac{1}{x} \in K_{\xi} \cdot \mathcal{R}(x)$ ダカラ

$b_0 \neq 0$ ト假定シテヨイ。

$$G(x) (F(x))^{\nu} = \frac{H_{\nu}(x)}{h_{\nu}(x)},$$

$$H_{\nu}(x) = C_0^{(\nu)} + C_1^{(\nu)} x + \dots \in K_{\xi}[x]$$

$$h_{\nu}(x) = \gamma_0^{(\nu)} + \gamma_1^{(\nu)} x + \dots \in \mathcal{R}[x]$$

トオクトキ、 $\gamma_0^{(v)} \neq 0$ ト假定シテヨイ。シカラバ

$$b_0 a_v = \frac{c_0^{(v)}}{\gamma_0^{(v)}} \in K_E \quad (v=1, 2, \dots)$$

ガ得ラレルガ、 K_E ハ全整閉ダカラ、 $a_0 \in K_E$ ナル
コトガ分ル。

従ツテ $a_1 + a_2 x + \dots = \frac{1}{x} (F(x) - a_0)$ ガ又 *fast*
gang ナルコトカラ、 $a_1 \in K_E$ 同様ニ続ケテキツ
テ $F(x) \in K_E[x]$ ナルコトガ分ル。

$K(x)$ カラ $\mathcal{O}$ ヘ移ルノハ前定理ト全ク同様ニシテ
証明サレマスカラ省略シマス。