



Title	束雑論
Author(s)	船山, 子之助
Citation	全国紙上数学談話会. 1944, 265, p. 210-214
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75124
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

船 山 子 之 助 (彈劾年學族)

束ノ構造上ノ問題ニツキ氣ノツイタコトヲアレコレ考ヘル、組織立ツテハナシ。

1. 半順序集合ノ上ノ *congmence relation*

ト構造

半順序集合ノ上ノ *congmence relation* ハドウ考ヘタラヨイカ。束或ハ一般ニ *abstract algebra* ノ上ノ *congmence relation* トハソノ元ノ分割デ *aperation* ノ *preserve* セラル、モノデアル。然ルニコノ考ヘラ半順序集合ノ上ニ持テ来タストキハウマクユカヌ。ソレ故 *congmence relation* ノ分割ガ *homomorphisms* ノ原像ガ、作ル分割デアルコトヲ利用シテ考ヘル。

半順序集合 P ヨリ他半順序集合 P' へ *homomorphism* トハ $a \rightarrow a'$ ナル對應デ $a \geq b$ ナルトキ $a' \geq b'$ ノ成立スルコト、スル。ソコデ P' ノ元トシテ $a' \geq b'$ ナルトキソノ原像ノ中ノ *element* ノ間ニ新シク $a \geq b$ (⑥) ナル關係ヲ導入スレバ (⑥) ニヨル關係ニデ P ハ P' ト同型ナル半順序集合ヲ作ル。即チ P ノ上ノ *congmence relation* トシテ P' 元ノ分割デナク單ニ $\geq$ ナル關係ノ増加ヲ意味スル。

定義1. 半順序集合 P / 上 / *congmence relation*

θ トハ P' 元ニ対スル関係 $\cong(\theta)$ / 導入デ次ノ関係ヲ満足スルモノトス。

i. P / 元トシテ $a \cong b$ ナラバ $a \cong b(\theta)$

ii. $\cong(\theta)$ ナル関係ハ半順序集合ノ条件ヲ満足スル、

即チ (i) $a \cong a(\theta)$ (ii) $a \cong b(\theta)$ $b \cong c(\theta)$ ナラバ

$a \cong c(\theta)$ [(i) $a \cong b(\theta)$ $a \cong b(\theta)$ ナラバ $a \sim b$]

congmence relation トシテハ (i) ヲ付サナイ

(i) ヲ付セバ *homomorphic image* P' ガ得ラレル。

束又ハ *abstract algebra* / 時ト異ル点ハ必ラ

ズシモ P / 元ノ分割ニイラス点デアル。

定義2. P / 上 / *congmence relation* θ_1 θ_2 = 対

シテ $\theta_1 \cong \theta_2$ ヲ定義スル。

$a \cong b(\theta_1)$ ヨリ $a \cong b(\theta_2)$ ガ得ラレルトキ

$\theta_1 \cong \theta_2$ ト定義ス。

最大ノ *congmence relation* I ハ P / 元トシ

テノ元通りノ $\cong$ / ミ, 最小ハスベテノ元ノ間ニ $\cong$ ナ

ル関係ヲ付ケル。

congmence relation

カ、ル *congmence relation* ハ *partition*

デナイカラ *congmence relation* 全体ヲ上ノ

如ク *order* ヲ付スルトキ束ニナルガドウカワカラ

ナイガ次ノヤウニナル。

定理1. 半順序集合 P / 上 / *congruence relation*

全体ハ定義2 / *order* = ヨリ (完備+) 束ヲ作ル。

証. $\{\theta_\alpha\}$ ヲ任意個数 / P / 上 / *congruence relation* / 集合トス。スベテ / $\alpha = \text{ツキ}$ $a \geq b (\theta_\alpha)$

/ トキ $a \geq b (\sim \theta_\alpha)$ トスレバ $\sim \theta_\alpha$ ハヤハリ P / 上 / *congruence relation* デ $\{\theta_\alpha\}$ / 結びニナル。

半順序集合デ最小限ヲ有シ且無制限ニ結びガ存在スル故完備束ヲ作ル。 $\sim \theta_\alpha$ ヲ *positively* =

定義出来ルガソレハ省略スル。 P / 上 / *congruence-relation* / 作ル束ヲ P^* ト誌ス *units* ヲ夫々 $I^*, 0^*$,

定理2. P / *subdirect decomposition* ト P^* / *unit* I^* / 結び分解トハ一対一ニ対応スル。

証明 $P = P_1 \otimes P_2 \otimes \cdots \otimes P_n$ ヲ P / *subdirect decomposition* トスル。 $a = (a_1, a_2, \cdots, a_n)$

ト表ハサル、トキ $a \rightarrow a_1$ ハ *homomorphism* デ P / 上 = *congruence relation* θ_1 ヲヒキ起

ス。 $\theta_1 \sim \theta_2 \sim \cdots \sim \theta_n = I^*$ ナルコトハ自明デアラ

ウ。逆ニ $\{\theta_i\}$ ヲ結びガ I^* トスル P^* / 元トスレバ P /

θ_1 = ヨル *homomorphic image* ヲ P_1 トスレバ

$P = P_1 \otimes P_2 \otimes \cdots \otimes P_n$ ナル *subdirect decomposition* ヲ生ズ。

コ / 定理ハ束ニ於ケル同様 / 定理ニ相当スルガ
congruence relation / 意味が異なる。

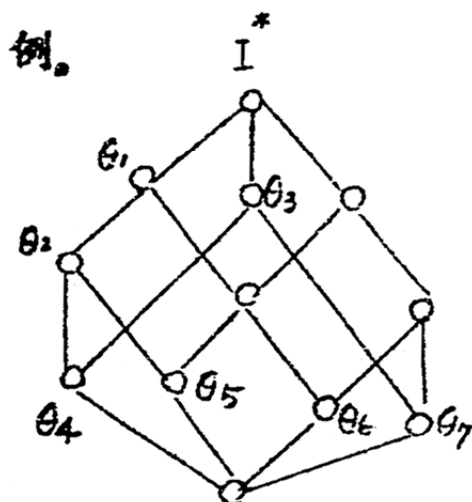
定理2' (Birkhoff 束論 p.52 定理 3.20)

束 L / subdirect decomposition $\theta_1 \sim \theta_2 \dots$
 $\dots \sim \theta_n = I^*$ ナル分解ハ 1 対 1 = 対応スル。

エ / 定理カラ束 L / subdirect decomposition
/ uniqueness ハ L ガ分配束ナルコトヨリ直チニ
得ラレル (262号中山先生 / direct decomposition
ノ所説参考)

定理3' 束 L / subdirect decomposition ハ
unique デアル。

半順序集合 / 場合ハドウナルカ? subdirect
decomposition / unique トナラヌコトハ P^* /
構造ヨリ知ラルル。



$P \ni a > b$ 及ビ c トスレバ $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$
 P^* ハ左図ノ如クナル。各 congruence
relation = $\exists$ ル homomorphic
image ハ $Q(\theta_i = \exists$ ル homo-
morphic image) ハ $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$
 $R(\theta_2) = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ $S(\theta_4) = \begin{pmatrix} a, b \\ c \end{pmatrix}$, $T(\theta_3)$
 $= (a, b), c$

エ / 例ヨリワカル様 = P^* ハ模束 = ハナラヌ。又 I^*

$= \theta_4 \sim \theta_5 \sim \theta_7 = \theta_4 \sim \theta_6 \sim \theta_7$ ナルコトヨリ *sub-direct decomposition* ハ *unique* デナイ。

猶 *trivial + congruence relation* 以外有シナイ半順序集合ハ $\overset{I}{\circ}$ ナルモノニ限り其ノ他ノモノニ於テハ I^* ハ結ビ分解が可能デアル、即チ P^* ニ於テ結ビニツキ既約ナモノハ *point* ニ限ル。

定理3. 半順序集合ハ二元ノ束ノ *direct decomposition* ノ部分積トシテ表現セラレル。

— 續ク —