



Title	Riemann面ノ型ニツイテ II
Author(s)	吉田, 徳之助
Citation	全国紙上数学談話会. 1945, 267, p. 299-302
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75134
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

吉田徳之助 (海軍機関学校)

(12月28日受付)

W -平面上ノ有限個ノ点ノ上デ對数的ニノミ分岐スル
Riemann 面ニツイテ考ヘマス。

底点ガ三個デアリ位相樹木ガ函数 $W = e^{e^z}$ ニ對應スル

Riemann 面ノ位相樹木ト同型デアル Riemann 面ノ型ニ
關スル小林先生ノ問題ニツイテ述ベテミタイト思ヒマス。

三個ノ底点ヲ $W_1 = 0, W_2 = 1, W_3 = \infty$ トスル。

Riemann 面 W ヲ実軸ニ沿ツテ切断スルトキ無限個ノ單
葉ナル上半平面 E_0 及ビ下半平面 E_u ニ切り離サレル。位相
樹木ハコレ等ノ接続ヲ示ス。位相樹木ノ Kernニアリ

logarithmische Endeノ始点デアル節点ヲ $\dots, v_{-1}, v_0, v_1, v_2, \dots$ ニテ表ハシ v_k ヲ始点トスル logarithmische
Endeヲ l_k ニテ表ハス。 v_k ト v_{k+1} トノ間ニハ偶数個ノ節
点ガ存在スル。コレヲ S_k ニテ表ハシソノ個数ヲ $2(n_k - 1)$ ト
スル。

v_k ハ k ガ偶数デアルトキ E_0 ヲ奇数デアルトキ E_u ヲ表
ハス。コノ E_0 又ハ E_u ヲ E_k ト名付ケル。 E_k コハ實軸正軸
ノ順デ l_k ニテ表ハサレテキル半葉ガ W_1 ヲ中心トシテ渦狀
ニ無限ニ接続シテキル。 k ガ偶数ナラバ正ノ方向ニ奇数ナラ
バ負ノ方向ニ廻ツテキルノデアル。 E_k ヨリ始マルコノ渦狀

面分ヲ F_k トスル。 S_k ニテ表ハサレル $2(n_k-1)$ 枚ノ半葉ガ W_k 中ニトシテ渦狀ニ接続シテナス面分ヲ G_k トスル。 F_k ト F_{k+1} トハ G_k ヲ經テ接続シテアル。 F_k ヲ單位円 $|w|=1$ ニテ二分シ單位円内ノ上ニアル部分ヲ F'_k 單位円外ノ上ニアル部分ヲ F''_k ニテ表ハス。 k ガ偶数デアルトキ $F''_k + G_k + F'_{k+1}$ ヲ奇数デアルトキ $F'_k + G_k + F'_{k+1}$ ヲ W_k デ表ハス。 W_k ハ Riemann 面 W ノ連結セル面分デアリ $W = \sum W_k$ トナル。

W_k ヲ全 z -平面ヨリニツノ範圍 $R(z) < 0, I(z) > (n_k - \frac{1}{2})\pi$ 及ビ $R(z) < 0, I(z) < -(n_k - \frac{1}{2})\pi$ ヲ除イタ範圍 D_k ニ次ノ如クニシテ寫像スル。 元ヅ $F''_k = E_k$ 及ビ $F'_{k+1} = E_{k+1}$ 或ハ $F'_k = E_k$ 及ビ $F'_{k+1} = E_k$ ヲ函数 $z = (-1)^k \log w$ ニテ範圍 $R(z) > 0, I(z) > n_k \pi$ 及ビ $R(z) > 0, I(z) < -n_k \pi$ へ寫像スル。 G_k ヲ函数 $z = (-1)^k \log(w-1)$ ニテ範圍 $(n_{k-1})\pi > I(z) > -(n_{k-1})\pi$ へ寫像スル。 E_k, F''_k ハコレヲ直線 $R(w) = \frac{1}{2}$ ニテ二分シ $R(w) < \frac{1}{2}$ ナル側ノ部分ヲ函数 $R(z) = \log|w|, I(z) = n_k \pi - \frac{\pi - \arg w}{\pi - \arg^{-1} 2|w|} \cdot \frac{\pi}{2}$ ニテ範圍 $R(z) > 0, n_k \pi > I(z) > (n_k - \frac{1}{2})\pi$ へ寫像シ $R(w) > \frac{1}{2}$ ナル側ノ部分ヲ函数

$$R(z) = \log|w-1|$$

$$I(z) = (n_{k-1})\pi + \frac{\arg(w-1)}{\arg^{-1} 2|w-1|} \cdot \frac{\pi}{2} \quad |w-1| > 1 \text{ ナルキ}$$

$$= (n_{k-1})\pi + \frac{\arg(w-1)}{2 \log^{-1} \frac{|w-1|}{2}} \cdot \frac{\pi}{2} \quad |w-1| < 1 \text{ ナルキ}$$

ニテ範圍 $(n_k - \frac{1}{2})\pi > I(z) > (n_k - 1)\pi$ ニ寫像スル。 $E_k \cdot F_k$ ノ場合ハ $\frac{1}{\sqrt{n_k}}$ デ変換シタ上デ同様ノ寫像ヲ行フ。 $E_{k+1} \cdot F_{k+1}$ 或ハ $E_{k+1} \cdot F_{k+1}$ ニ對シテモ同様ニシテコレヲ D_k ノ残りノ範圍ヘ寫像スル。然ルトキハ W_k ハ D_k ニ *quasikonform* ニ寫像サレシカモ接キ目ノ上ヲ除イテ $\max \left| \frac{dw}{dz} \right| / \min \left| \frac{dw}{dz} \right| \leq \frac{3}{2}$ ガ成立スル。

$m_0 = 0, m_k = \sqrt{n_0} + \sqrt{n_1} + \dots + \sqrt{n_{k-1}}, m_{-k} = -(\sqrt{n_{-1}} + \sqrt{n_{-2}} + \dots + \sqrt{n_{-k}})$ トスル。 D_k ヲ次ノ如クニシテ Z -平面上ノ範圍 $2m_k\pi < I(z) < 2m_{k+1}\pi$ ヘ寫像スル。

$\Re(x) < 0$ デハ $x = u + iv, z = x + iy$ トシテ

$$x - |y - 2m_k\pi - \sqrt{n_k}\pi| = u - \sqrt{n_k}\pi, y - 2m_k\pi - \sqrt{n_k}\pi = \frac{\sqrt{n_k}}{n_k - \frac{1}{2}} v$$

$$\Re(x) > 0, |x| < (n_k - \frac{1}{2})\pi \text{ デハ } x = \rho e^{i\varphi}, z = (2m_k + \sqrt{n_k})\pi i - \sqrt{n_k}\pi + \rho e^{i\theta} \text{ トシテ}$$

$$\rho = \frac{n_k - \frac{1}{2}}{\sqrt{n_k}} r \cos \theta, \pi \tan \theta = 2\varphi$$

$\Re(x) > 0, |x| > (n_k - \frac{1}{2})\pi$ デハ $x = \rho e^{i\varphi}, z = x + iy$ トシテ

$$x = \log \frac{z(\rho - (n_k - 1)\pi)}{\pi}, y = \sqrt{n_k}\varphi + (2m_k + \sqrt{n_k})\pi.$$

然ルトキハ D_k ハ Z -平面上ノ範圍 $2m_k\pi < I(z) < 2m_{k+1}\pi$ ヘ *quasikonform* ニ寫像サレ、シカモ接キ目ノ上ヲ除イテ $\max \left| \frac{dx}{dz} \right| / \min \left| \frac{dx}{dz} \right| \leq 5\sqrt{n_k}$ ガ成立スル。

スベテノ W_k ヲコノ方法ニテ Z -平面上ノ範圍 $2m_k\pi < I(z) < 2m_{k+1}\pi$ ヘ寫像スルトキ *Riemann* 面 W ハ平面 Z キ ∞ ヘ *quasikonform* ニ寫像サレル。ソシテ寫像函数 $W = w(z)$

ニ対シテハ接キ目ノ上ヲ除イテ $\max \left| \frac{dw}{dz} \right| / \min \left| \frac{dw}{dz} \right| \leq 8\sqrt{n_k}$

ガ成立スル。 $\psi(k) = \max(n_k, n_{k-1}, \dots, n_0, n_{-1}, n_{-2}, \dots$

$n_{-k})$ トシテ Teichmüllerノ定理ヲ用ヒレバ

級数 $\sum \frac{1}{n|\psi(z)|}$ ガ発散スレバ Riemann面 W ハ抛物的デ
アル

トイフ結論ヲ得ル。