



Title	連続関数空間の一特性付けに就て
Author(s)	中村, 正弘
Citation	全国紙上数学談話会. 1946, 2(1), p. 15-17
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75139
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

4. 連続函数空間の一特性付けに就て

中村正弘 (阪大)
(10月2日受付)

— (15) —

Compact空間上の連続函数全体は Birkhoff空間, vector束, ソルム環を考へる事が出来ます。戦争の始まる少し前に、角谷、吉田、中野、Kreins, Stone, Gelfand の諸氏によつて vector束, vector束環, ソルム環を興へて 連続函数空間と同型に表現する問題は完全に解決されましたが、純粋に B空間のみの Term を以て表現する問題は、未だ解決されておない様です。この問題は角谷先生より入管する前に聞いて以来時々考へて居たのですが、最近どうやら一つの解答——複雑で不満足なものであるが——を得ましたので、この方向に興味をお持ちの方の参考迄に提出致します。

E を B空間 $K \subseteq E$ なる凸集合 K の極点の extreme とは K 内の線分の内点として表示出来ない点を稱するものとします。今 E がただ二つの極点 $1, -1$ を單位球上に持つてゐるものと考へます。球を E 内に適當に移動したり、相似に變形した時に $1, -1$ に對應する点を上点、下点と呼びます。此の定義の許に次の定理を証明します。

定理 B空間の單位球が只二つのみの極点を持ち、任意の二つの半徑 1 の球の共通集合は 共通集合内に定上点又は定下点を持つ二つの半徑 1 の球——半徑の兩者より大なる任意の二つの球の交りとして表はされる時、B空間は compact 連結空間上の連続函数の作る B空間と等測同型である。

0 を下点に持つ、即ち $|x|$ を中心として半徑 $|x| \geq 0$ なる球内に存在する元を正元と名付けます。(以後 $|x| = \lambda$ で表します) この際 λ は 0 から $+\infty$ 迄任意に取るものとします。 $x \geq 0$ の時 $-x \leq 0$ とすれば 0 は λ を中心とする半徑 r の球の下極点で $-x = -(\lambda + x) + \lambda$ ですから $-x$ と x が同時に正及び負となるのは $x = 0$ に限られます。球は凸集合でありますから $x \geq 0, y \geq 0, \lambda \geq 0$ して $\lambda x \geq 0, x + y \geq 0$ であり、従つて Birkhoff の半順序線状空間の公理を満たします。そこで $x \geq y$ を $x - y \geq 0$ で定義します。 $x \leq y$ とは x が下点とするある球内に存在するとい

ふことと同義です。

次に假定の條件によつて、 $\|x\| \leq 1$ であり $x \geq 0$ なる集合は $x \leq 1$ である事は、 O を下点とし $x \geq x, 0$ なる元を含む球を Q とすれば、 $P \cap Q$ は $P \cap Q$ 内に下点を持つ球 R によつて含まれます。 R の下点を $x \cup 0$ とします。 $x \in P$ なる如く x を取つて置けば $x \in R$ であり従つて $x \cup 0 \leq x$ となります。 一方 $x \cup 0 \geq 0$, x は明らかですから、 x は join property を持つてゐます。 即ち E は vector 束で、アルキメデス単位1を持ち、準單純です。

そこでよく知られた定理で E を $C(\Omega)$ と等測同型に表現すれば 單位球が極点を二つのみもつ事と連結性とか同等である事は明らかです。 即ち定理の証明は終了しました。