



|              |                                                                             |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| Title        | Torus上ノ流レノ問題ニ関スルー注意                                                         |
| Author(s)    | 角谷, 静夫                                                                      |
| Citation     | 全国紙上数学談話会. 1946, 2(2), p. 48-50                                             |
| Version Type | VoR                                                                         |
| URL          | <a href="https://doi.org/10.18910/75147">https://doi.org/10.18910/75147</a> |
| rights       |                                                                             |
| Note         |                                                                             |

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

## 12. Torus 上, 流れ, 問題 = 閉スル - 注意

阪大 角谷 静夫

(昭和20年5月25日受付)

Torus 上, 流れ = 閉スル Poincaré, Denjoy, Weil 等, 研究 = 於ケル 基本的結果, 一ツハ次, 如ク 述ベルコトガ出来ル.

定理  $\varphi(t)$  が  $-\infty < t < \infty$  = テ 定義サレタ 実変数値ノ 単調増加連続 函数デ且ツ  $\varphi(t+1) \equiv \varphi(t) + 1$  ヲスベテノ  $t$  = 対シ 満足シテオムラバ

$$(1) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\varphi^n(t)}{n} = \omega \quad (\omega \text{ハ } t = \text{無関係})$$

が存在シ且ツ

$$(2) \quad t + n\omega - 1 < \varphi^n(t) < t + n\omega + 1$$

カスベテノ  $t$  及ビ  $n = 1, 2, \dots$  = 対シ 成立スル。

証明 先ツ  $\varphi^n(t+1) \equiv \varphi^n(t) + 1$  カスベテノ  $t$  = 対シ 成立スルコト = 注意スル コレヨリ

$$(3) \quad \begin{cases} \varphi^n(t+a) < \varphi^n(t+[a]+1) \\ \quad \quad \quad = \varphi^n(t)+[a]+1 \leq \varphi^n(t)+a+1 \\ \varphi^n(t+a) \geq \varphi^n(t+[a]) = \varphi^n(t)+[a] \end{cases}$$

したがって

$$> \varphi^n(t)+a-1$$

$$(4) \quad \begin{aligned} \varphi^{m+n}(t) &= \varphi^m(\varphi^n(t)) = \varphi^m(t + (\varphi^n(t)-t)) \\ &< \varphi^m(t) + \varphi^n(t) - t + 1 \\ &> \varphi^m(t) + \varphi^n(t) - t - 1 \end{aligned}$$

よって  $a_n = \varphi^n(t) - t$  トオコト = ヨリ 定理ハ次, Lemma  
= 歸着 出来ル.

Lemma 1.  $\{a_n | n=1, 2, \dots\}$  が実数, 系列  $\tau$

$$(5) \quad a_m + a_n - 1 < a_{m+n} < a_m + a_n + 1 \\ m, n = 1, 2, \dots$$

ヲ満足スルヲハ

$$(6) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = \omega$$

が存在シテ

$$(7) \quad n\omega - 1 < a_n < n\omega + 1, \\ n = 1, 2, \dots$$

更ニ  $b_n = a_n + 1$  (又ハ  $b_n = -a_n + 1$ )  $n=1, 2, \dots$  トオコト  
= 依リコレハ 次, Lemma = 歸着サレル.

Lemma 2.  $\{a_n | n=1, 2, \dots\}$  が実数, 系列  $\tau$

$$(8) \quad a_{m+n} < a_m + a_n, \quad m, n = 1, 2, \dots$$

ヲ満足スレバ

$$(9) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = \omega$$

が存在して

$$(10) \quad n\omega < a_n, \quad n=1, 2, \dots$$

これは Pólya-Szegő = 出づル問題であるが次、  
如く証明スルコトが出来ル。

任意  $n_0$  を固定スル、任意  $n$  は  $n = gn_0 + r$ ,  
 $0 \leq r \leq n_0 - 1$  トイフ形に表ハサレルカラ  $a_n \leq ga_{n_0} + a_r$   
 $\leq ga_{n_0} + M$ . 但し  $a_0 = 0$  且つ  $M = \max(a_0, a_1, \dots, a_{n_0-1})$   
トオク。然ルトキハ  $\frac{a_n}{n} \leq \frac{g}{n} a_{n_0} + \frac{M}{n} \leq \frac{a_{n_0}}{n_0} + \frac{M}{n}$  有つて

$$\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} \leq \frac{a_{n_0}}{n_0}$$

コレヨリ (9) が存在して、

$$\omega \leq \frac{a_n}{n}, \quad n=1, 2, \dots \quad \text{トナルコトヲ知ル}$$

$$\omega \leq \frac{a_{2n}}{2n} < \frac{a_n}{n} \quad \text{トナルカラ (10) の条件は成立スル。}$$