



Title	Banach spaceニ於ケル解析的Operatorニ就イテ
Author(s)	清水, 辰次郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1946, 2(2), p. 62-63
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75150
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

15 Banach space = 於ケル解析的 operator = 就テ

清水辰次郎 (阪大)
(1946. XII. 9 発行)

$x, y, \dots, a, b, \dots$ 等ヲ Banach 空間ノ要素トシ,
 $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ 等ヲ複素数トスル (本誌 = 輯一 号 参照)

$\|x\| < R$ = テ定義サレタ operator

$f(x)$ が次の条件ヲ満足スルトキ analytic operator ト云フ

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{f(x + x\lambda) - f(x)}{\lambda} = \delta f(x; y)$$

左辺が存在シ右辺ハ δ = 同シ、一次ノ operator トス。
但シ $f(x)$ ノ連續性ヲ假定シナイ。

其時 $\|x\| < R' < R$ = テ $f(x)$ カ、有界 ($\|f(x)\| < M$ ナル M 、存在
スルコト) ナルトキ

$$f(x) = f(0) + f_1(x) + \dots + f_n(x) + \dots$$

カ $\|x\| < R \leq R'$ = テ一様收斂ナル K が定マル (コノ K
= 同シテハ、本誌 = 輯一 号 藤田君ノ論文参照)

$f_1, f_2, \dots$ ハ夫々一次, 二次, $\dots$, 齊次多項式
operator デアル。

依ツテ $\|x\| < R$ ナルトキ = 同シ $f_n(x)$ ノ積分表テ即チ

$$\delta^n f(x, \frac{y}{\|y\|}) = \frac{1}{2\pi i} \int \frac{f(x + \alpha \frac{y}{\|y\|})}{\alpha^{n+1}} d\alpha$$

$$\text{ヨリ } \|\delta^n f(x, y)\| \leq \frac{M_x \|y\|^n}{r^n}$$

$$\text{依ッテ } \|f(x) - f(0)\| \leq M_0 \frac{\|x\|}{r} (1 + \frac{\|x\|}{r} + \dots) = \frac{\|x\|}{r} \frac{M_0}{1 - \frac{\|x\|}{r}}$$

即チ $f(x)$ は $x=0$ = テ連続ナル。

又 $\|x\| < K$ = テ連続ナルコトヲテス。

$\|x\| < K$ 内部 = 一定 x_0 ヲトリ, ソコニテ $f(x)$ ヲ展開ス
レバ $f(x_0 + \tau y) = f(x_0) + \tau f_0(x_0; y) + \dots + \frac{\tau^n}{n!} f_n(x_0; y) +$
左辺ハ $\|\tau y\| < r' < K - \|x_0\|$ ニテ確カニ有界ナル故右辺モ
ソコニテ一様収斂スル。

$f_1, f_2, \dots$ ハ y = 同シスル一次二次……齊次多項式
operator = テエニミタ如ク急々 x_0 = テ連続デアルカラ
 $\|\tau y\| \rightarrow 0$ ナルトキ $f(x_0 + \tau y) \rightarrow f(x_0)$

即チ連続デアル,

依ッテ $\|x\| < K$ = テ analytic operator ハ有界(上ノ意味ニテ)
ナラバ連続スルヲ知ツ。

普通ノ函数論ノ如ク解析接続ノ考ヘヲ拡張スルナ
ラバ解析 operator ハ有界ナル処ニテ連続ナルヲ知ル。

到ル処ニテ連続ナル analytic operator, 例ハ下ノ如
キモノガアル空間ハ定テ Hamel, Base = 依ッテ

$$x = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_k x_k \quad \text{ト表ハストキ}$$

$$f(x) = \psi_1(\alpha_1) f(x_1) + \psi_2(\alpha_2) f(x_2) + \dots + \psi_k(\alpha_k) f(x_k)$$

此処ニ $f(x_1) \dots f(x_k) \dots$ ハ任意ニトリウル値ニテ

$\psi_1(\alpha), \psi_2(\alpha), \dots, \psi_n(\alpha) \dots$ ハ複素変数ノ解析
函数トス