



Title	Hahn-Saksノ定理ニツイテ
Author(s)	洲之内, 源一郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1946, 2(2), p. 76-78
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75153
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

~~14~~. Hahn-Saks, 定理 = ツイテ

州之内 (亭 - 郎 (東北大)
(1946, Ⅳ 12 受付)

Hahn-Saks, 定理ト

空間 M ノ σ 測集合 E 全体ヲ $\mathcal{M}$, 且ツ $\mu(M) < \infty$
トスル $F_n(E)$ ヲ $\mu(E) = \lim_{n \rightarrow \infty} F_n(E)$ 由シテ完全加法的 且 絶対
連続 ($\subset a, a \subset$) + 集合函数トスルト

$\lim_{n \rightarrow \infty} F_n(E) = F(E)$ カ $\mathcal{M}$ ノ元テ, 集合 = ツイテ存在ス
レハ, $F_n(E)$ ハ一様 = 絶対連続 従テ $F(E) \in C$,
 $a \subset$ トナル.

コノ定理デ $\mu(M) = +\infty$ ナル時モ定理ガ成立スル
コトヲ注意シタイ。コノ事カラ Banach 空間 (X) デ
ハ弱収斂ト強収斂カ一致スルト云フ。I Schur 定理
ガ殆ンド明カト問題トナル。

(1) 矢ツ $M = \sum_{n=1}^{\infty} M_n$, $\mu(M_n) < \infty$ 1 場合
 $E \in \mathcal{M}$ トスレハ
 $E = \sum_{n=1}^{\infty} E \cap M_n$ $\nu(E) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu(E \cap M_n)}{2^n (\mu(M_n) + 1)}$

トオイテ測度ヲツツカヘルト. $\nu(M) < \infty$, 且ツ $\nu(E)$ ハ $\mu(E) = \infty$ シテ $a.c.$ トナル. 又 $f_n(E)$ ハ $\nu(E) = \infty$ シテ $a.c.$ ナルコトモ明カデアアルカラ $Hahn-Saks$ ノ定理ヲ $\nu(M) < \infty$ ニ適用シテ次ノ定理ヲ得ル,

定理1 $f_n(E)$ ハ一様ニ絶対連続 ヲノ意味ハ $\varepsilon > 0$ ニ對シ $\delta > 0$ カ定リ, $\mu(E, M_i) < \delta$ $i = 1, 2, \dots, m_0$ ナラバ, $|f_n(E)| < \varepsilon$, $n \geq n_0$ トナル.

從ツテ $f(E)$ ハ $a.c.$ 且ツ C, a テアル.

コレカラ例ヘハ $(-\infty, +\infty) = \text{ボレル } L = \text{ツイテ弱完備性}$ ナリ, 弱 compactノ條件等ヲ論ズルニトカデアアル

例 (1) テ, 弱収斂ナリ, 強収斂トナル. (I. S. L. m.)

(証) (1) $\{x^{(n)}\} = \{a_i^{(n)}, a_2^{(n)}, \dots, a_i^{(n)}\}$

ガ弱収斂スルタメノ必要充分條件,

$$(1) \sum_{i=1}^{\infty} |a_i^{(n)}| \leq M.$$

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i \in E} a_i^{(n)}$ カ存在スル ($i = E$ ハ自然數列, 任意, arbit.)

(2)ノ條件ヲ变化シテ $\nu(E) = \infty$ ノ自然數ノ集合 E ヲ考ヘ各數 = 測度 μ ヲ與ヘルト $\mu(E)$ ハ (1)ノ條件ヲ満たスカラ (定理1) = ヨリ

$$n > n_0 \text{ ナラバ } \sum_{i=K_0}^{\infty} |a_i^{(n)}| < \varepsilon$$

從ツテ $\{a_i^{(n)}\}$ カラ 0 ニ弱収斂ナラバ

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_i^{(n)} = 0$$

$i = 1, 2, \dots$

$$\text{且ツ } \sum_{i=K_0}^{\infty} |a_i^{(n)}| \leq \varepsilon,$$

即チ $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^{\infty} |a_i^{(n)}| = 0$ 強収斂トナル,

(1) $\mu(M) = \infty$ ナリ (1)ノ條件ノトイ場合

$$\nu(E) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\nu_n(E)}{2^n [\nu_n(M) + 1]}$$

$$\nu_n(E) = f_n(E), \text{ 全變分トナク}$$

ト $\nu(E) < \infty$ 且ツ $\nu(E), \mu(E) = \infty$ シテ $a.c.$ トナル

又 $f_n(E)$ カ $\nu(E) = \infty$ シテ $a.c.$ ナルコトモ明カデアアルカラ

$f_n(E)$ ハ $\nu(E) = \infty$ シテ一様ニ $a.c.$ 從ツテ $\mu(E) = \infty$ シテモ一様ニ $a.c.$ 即チ $f(E)$ ハ $a.c.$ 且ツ C, a テアル

デアアル

コノ場合 $f_n(E)$ ハ積分テ表サレナイカラ ∞ ノ測度

1 部分が一様 $\Rightarrow$ ノサリナルト云フ事カイヘナイ。

又コノ時 $\Rightarrow$ ハ不定積分列ト $f_n(E)$ トハ必シモ一致シ
 ナイカラ不定積分列ノ極限ハ如何ト云フ問題が起ル
 カ $\Rightarrow$ ノ時ハ $\int f_n(x) dx = \text{定シテ}$ $E_x(f_n(x) \neq 0)$ ノヲ考
 考ヘレノヨイカラ (ii) ノ場合トナル

従ッテ不定積分ノ列カ μ テノ可測集合ノ上デ收斂
 スレハ不定積分デアル。