



Title	等周問題雑題（Ⅰ）
Author(s)	寺阪, 英孝
Citation	全国紙上数学談話会. 1946, 2(2), p. 78-82
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75154
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

19. 等周問題難題 (1)

寺阪英孝 (阪大)

(1946 VII 16 発行)

周、長さの與へられタ平面図形ノ中デ周ガ最大ノ面積ヲ持ツ。トイフ等周問題ヲ説キ初メル、ニ

"Stelmer" ハ 先ツ、同周ノ等角 ト切り出スノハ

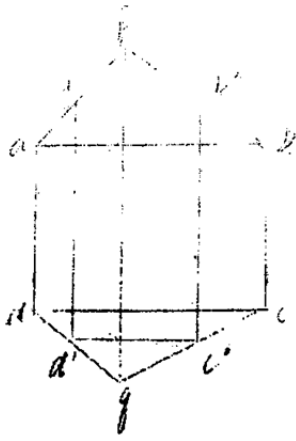
余リ = ε cogito ergo sum 式 + ノヲ、

定理 内接平行四辺形ガ常ニ矩形トナルヨウナ卵形線ハ四テアル。

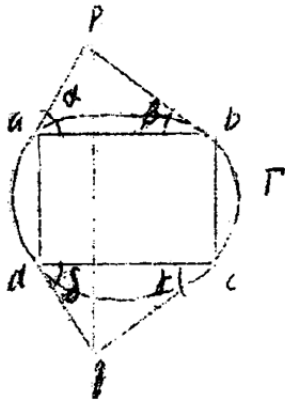
トイフニトラ使ツテヤツタラトウカト思ヒツイタノデスガハニツノ定理ヲ文献デアハテ、探シ廻ツラモ素人ノカナシサーヲ見當リマセン。止ムヨ得ズ近ワノ人ニモ考ヘテ頂イテ解ワニハ解キマンタガ周知ノ証明カ勿論アルニトト思ヒマス。御教示下サイ
訳ニ説明ヲ述ヘマス。

(1) 卵形線ヨリ前ニ連続閉曲線カラモ出発出来ルケレト 簡單ノタメ卵形線カラ初メル 定理ノ性質ヲ持ツ與へられタ曲線ヲ Γ ト名付ケヨウ

Γ カ直線部分ヲ含メハ 矩形ナラサル平行四辺形カ内接出来ルカラ 直線部分ハ含マナイ。



今 $abcd$ カ内接矩形ナリ、ソレト
 辺カ平行ナ矩形 $a'b'c'd'$ ヲ内接セシ
 メ $a'b'c'd' \rightarrow abcd$ トスレバ、
 a, b, c, d = 互ニケル片側ノ切線、交点
 P, Q ヲ結フ直線 PQ $\therefore ad, bc$ = 平行
 ナルコトカ分ル。
 $ad \parallel PQ \parallel bc$

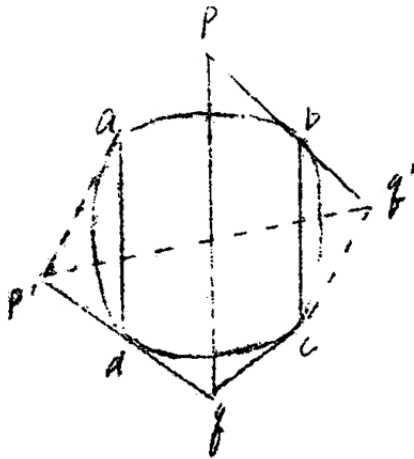


依ツテ図ノ如ク角 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ヲ
 定メルト

$$\frac{\tan \alpha}{\tan \beta} = \frac{\tan \delta}{\tan \gamma}$$

トナル。

(ii) コレヲ同エルト Γ ハ各点 = 於テ切線ヲ有スル事
 カ分ル、又ツ a ヲ與ヘラレタ Γ 一ノ点トフル Γ 、



卵形線故、高口可附番個ノ点ヲ
 除イテ切線カアル。ソレ故

$ab \perp ad$ ナル b, d ヲ選ニテ、
 b, d = ハ切線カアルヨウニ出来

ル。矩形 $abcd$ ヲ造ツテ図ノ如ク
 片側ツツノ切線ヲ引ケル $PQ \parallel ad$
 及ヒ $P'Q' \parallel ab$ 、コウナルハ

a, c = 於イテ夫ノ両側ノ切線カ
 一致スル場合ニ限ル。ヨツテ a

= ハ切線カ存在スル。(切線ノ存在ノ証明ハ角谷氏 =
 ヲル。)

(iii) Γ ハ直線部分ヲ含マテイカラ、切点ハ切線 = 対
 シテ一ツ = 極マリ、(但シ向キヲモ與ヘタトシテ) 且
 切線ヲ $\chi \cos \theta + y \sin \theta = p(\theta)$

テ表ハセバ、相違立シク切線ノ交点ノ極限トシテ
 切点カ出ルカラ、ソノ画リ = 計算 テユクト $p(\theta)$ 、

存在が分り、同時ニ切点の式を導く

$$x = p(\theta) \cos \theta - p'(\theta) \sin \theta,$$

$$y = p(\theta) \sin \theta + p'(\theta) \cos \theta$$

が得ル。

(IV) 今一定方向、内接矩形、一辺、長サヲリ=近付ケルト、コノ矩形、 Γ ノ直径=近付ク 依ツテ任意



ノ方向=一定、切線ヲ引ケバ、ソノ切線 P_1 ヲ結フ直線ハ切線ト直交スルコトニナル。今(III)ノ式=於テ、 θ ヲ $\theta + \pi$ ト=代スル Γ 上ノ点 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ ヲ結フ直線カ切線=垂直ヲアルトイフコトヲ式=書キト、

$$p'(\theta) + p'(\theta + \pi) = 0$$

カ得ラレ、從ツテ

$$p(\theta) + p(\theta + \pi) = \text{const.} = d$$

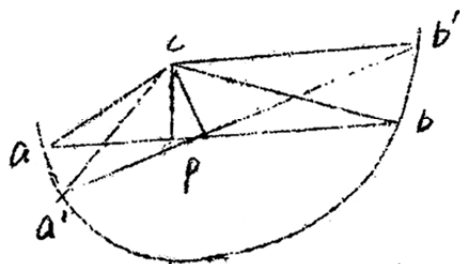
トナル。即チ Γ ハ一定幅曲線デハアル。

(V) 以上ノ準備、モトニ証明、本題ニ入ル。

今直径 d ヲリリワイニ置キ、弦ヲ Γ 上ニ動カシ、ソノ包絡線ヲ考ヘテ見ル。マツ弦 ab = 近ク弦 $a'b'$ ヲトリ $ab \equiv a'b'$ トスル。 aa' 、垂直=等分線ト、 bb' 、垂直=等分

線ト、交点ヲ C トスルハ、

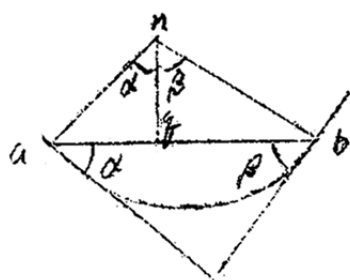
$$\triangle abc \equiv \triangle a'b'c'$$



依ノテ C カラ ab , $a'b'$ へ、垂線ハ等長デアル。ソレ故 $ab \cap a'b' = P$ トスレバ、 CP ハ $\angle apb$ 、=等分線トナル。今 $a'b' \rightarrow ab$ トスレバ、 C ハ

a, b = 近付ケル Γ ノ法線ノ交点 n = 収斂シ、從ノテ

CP ハ n カラ ab へ下シタ垂線 np = 収斂スル。依ツテ p 点カ正= ab ト包絡線ト、切点デアル



(コレハ平面、cinématique、理論カラ

カ論周知デスカ、無圖ニ概布シタ

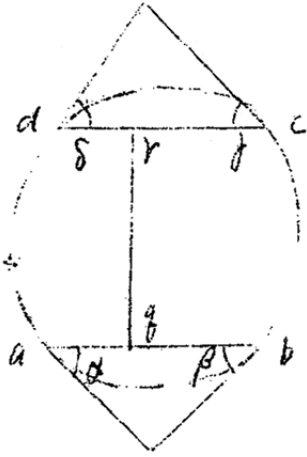
タイノテ丁寧ニヤツタデス。又包絡線

トイフノハカカル隣接交点ノ極限 p ノ軌跡トイフ意味

ニトリ、必ズシモ切スルカトウカハ内ハナイ)
スルト 図 = 於テ

$$ag : bg = \tan \alpha : \tan \beta$$

トナル、



今 ab ト平行ナ等長弦 cd = ツイテモ
包絡線トノ切点トヲ考ヘレバ
同理 = ヨリ

$$dr : cr = \tan \delta : \tan \beta$$

マルト (ii) ノ等式カラ

$$ag : bg = dr : cr$$

依ツテ g トハ ab, cd = 垂直デアール。

即チ定長弦ノ方程式ヲ

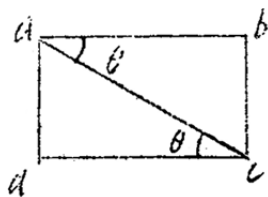
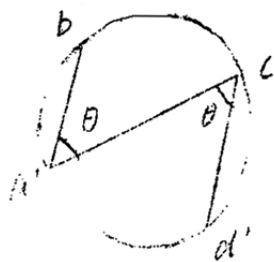
$$x \cos \theta + y \sin \theta = p(\theta)$$

トシテ ソノ包絡線ヲ求メタトマレハ ソノ平行ナ
= 切線 切点ヲ結ブ直線カ切線 = 垂直トナツテ本ル

誤デアール。コノ包絡線ハ卵形線カドウカハ内ヲナイカ
コノ Sachverhalt ハ (iii), (iv) = 於ケル事情ト余リ同一デ
アルカラ、縦ノテコノ = 平行切線間ノ幅ハ一定ダト云
フニトナル云ヒ換ヘルト、

“ Γ = ハ月ユル方向 = , 互 = 合同ナ矩形カ内接出来ル”
トイフコトカ分ツタノデアールカラ、モウメキタモノデア
ール。

(vi) アトハ証明、仕エテ = 適キナイ。先ツ、内接矩形ノ
対角線ハ Γ ノ直径ニナル 何處矩形ヲ $abcd$ トシ
対角線 ac ト辺 ab トノナス角ヲ θ トシヨウ。今任意ニ
直径 $a'c'$ ヲ引キ、コレト θ = 等シイ角ヲナス弦 $a'b'$ 、
 $c'd'$ ヲ引ケバ、 $a'b' \equiv c'd'$ ナアツタトシテモ、 $a'c'$ ヲ



等長 d ノマ、 Γ = クルクル
廻シテ行ケバ、 $a'b'$ ト $c'd'$ トハ
入れ換リ = ナル等故、何處
カデ $a'b' \equiv c'd'$ トナル場所
カアル。ソノ位置ヲ特 =

$a'b'c'd'$ トマレハ コレハ矩形デアリ、

C'' は直径デアツテ且 $\angle b a c$ ハ $\theta =$ 等シイ,

(V) 結果 = ヲレハ 與ヘラレタ 矩形 $abcd$ ト 辺ガ 平行テ
 デ $\angle a b c$ ハ ト 合同ナ 矩形カ 内接 出スル 著テアル
 テハ 角 θ ノ 關係カラ ニノ 兩君ハ 一致セネバナラヌ。 依ツテ
 ac ノ 長サハ $a =$ 等シク, 從ツテ ac ハ 直径トナル

サテ 今 一直径 ab ヲ キメテオク。 Γ ハ a デ 切線ヲモツ
 カラ, a ヲ一端トスル 直径ハ ab ノ 外ニハナシ。

ソコテ 今 c ヲ a, b 以外ノ Γ 上ノ 點トシテ, ac ヲ一辺
 トマル 矩形ヲ 内接セシメレハ, ハリ通ルコノ 矩形ノ 対角線
 ハ, a ニカミケル Γ ノ 直径デアリ, 從ツテソレハ ab デナケ
 レハナラヌ。 即チ acb ハ 直角 依ツテ Γ ハ ab ヲ 直径ト
 スル 円周ト一致スル

— 以上 —