OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	一般化サレタ Flow ニ就イテ
Author(s)	松下, 眞一
Citation	全国紙上数学談話会. 1947, 2(3), p. 6-9
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75159
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

24. 一般化サレタ Flow ニ就イテ.

松下 眞一 (九大)

(1)

測度空間 $(\Omega, \mathfrak{B}, m)$ ノ上デ定義サレタ保測変換ノ group トシテノ (普通ノ意味ノ) Flow ニ対シテハ、ソノ ergodic parts ヘノ分解問題ハ J. v. Neumann, Kiyloff-Bogoliou-bogoff トドニヨッテ為サレ、測度空間ノカワリニ Boole 代数ノ上デノ同ジ事ヲ河田-岩村氏ガ研究サレタ事ガアル。

然シ此処デハ Boole 代数ノ上ノ変換ノツクル Semi-group ニマデ拡張シテ考ヘルハズルト Birkhoff ガ注意シタ様ニ Markoff process ガ0ツノ semi-group ノ特殊ナ場合トナリ、Yosida-Kakutani 或ヘ Doeblin ナドノ得タ結果ニ相当スルモノガ得ラレルノデアル。

(2)

先ヅ σ- 完備ナ Boole 代数 $\mathfrak{M}$ トソノ上デ定義サレタ join-homomorphism ノツクル semi-group S トガアリ、且ツ $\alpha \in S$ ニ対シ、$a \in \mathfrak{M}$ ガ

$$a \longrightarrow a^{\alpha} \in \mathfrak{M}$$

ナル如ク対応ヅケラレテヰルトキ、$a, b \in \mathfrak{M}$ ニ対シ

$$(a, b)^{\alpha} \subset a^{\alpha}, b^{\alpha}.$$

$$0^{\alpha} = 0 \text{ , 而モ } a^{\alpha} = 0 \text{ ナラバ } a = 0$$

$$(a^{\alpha})' \subset (a')^{\alpha} \quad ; \text{ 但シ } a' \text{ ハ } a \text{ ノ complement}$$

ヲ満足スルモノトスル。カヽル S ヲ $\mathfrak{M}$ ノ上ノ (一般化サレタ意味

デノ）Flow トモ云フ。特ニSガ group ヲ為ス場合ヲ狭義ノFlow トモ云フ。

サテ $\mathfrak{m}$ ノSニヨル核心、即チ総テノ $\sigma \in S$ ニ対シ $a^{\sigma} = a$ ナル如キ $\mathfrak{m}$ ノ要素ノ全体ヲ $\mathfrak{m}_S$、又（Sガ unit ヲ有スルトキハ unit デナイ）総テノ $\sigma \in S$ ニ対シテ $a^{\sigma} \subset a$ ナル如キ a ノ全体ヲ $\mathfrak{m}_S$ トスレバ、明ラカニ

$$\mathfrak{m} \supset \mathfrak{m}_S \supset \mathfrak{m}_g$$

デアル。今 $\mathfrak{m}_g$ ノ要素ニシテ $\chi < a$、且ツ $\chi \in \mathfrak{m}_S - \mathfrak{m}_g$ ナル如キ χ ノ存在シナイ様ナ a ノ全体ヲBトスレバ、

Lemma 1　Bハ generalized Boolean algebra デアル、又 $\mathfrak{m}$ 及ビBノ maximal ideal 全体ノ集合ヲ夫々 $[\mathfrak{m}]$、$[B]$ ト書クコトニスル。猶以下ニ於テハBガ Boolean algebra ヲ為ス場合ヲ考ヘ、ソノ unit ヲ E_B トシヨウ。

Lemma 2.　$[\mathfrak{m}]$ ノ要素ハ少クトモ一ツ $[B]$ ノ要素ヲ含ミ、始シソレガBノ全体ヲ含ムノデナケレバ、ソルハ $[B]$ ノ要素ヲ唯一ツシカ含マナイ。

其処デ $[\mathfrak{m}]$ ノ要素デB全体ヲ含ムモノノ総テヲ $[\mathfrak{m}]_D$ トシ、サウデナイモノノ全体ヲ $[\mathfrak{m}]_\varepsilon$ トスレバ Lemma 2 ヨリ $[\mathfrak{m}]_\varepsilon$ ハソレガ含ム $[B]$ ノ要素ニヨリ

$$[\mathfrak{m}]_\varepsilon = \sum_{\mathfrak{u} \in [B]}^{\oplus} [\mathfrak{m}]_{\mathfrak{u}}$$

ナル如ク直和ニ分解サレル。(*)

（3）

サテ近藤教授ノ作用素環ノ可約性ニ関スル論文(**)ノ方法トanalogyニ次ノ様ニ考ヘテユク。即チ $\chi \in \mathfrak{m}$ ナルトキ、χ ヲ含マナイ $[\mathfrak{m}]$ ノ要素ノ全体ヲ $[\chi]$ ト書イテカカル $[\chi]$ ノ全体ヲ $\tilde{\mathfrak{m}}$ トスレバ、$\tilde{\mathfrak{m}}$ ハ $\mathfrak{m}$ ノ representation ヲナス。サテ

$$[x+y] = [x] \vee [y] \qquad [x \cdot y] = [x] \wedge [y]$$

$$[0] = 0 \ , [E] = [\mathfrak{m}] .$$ 但シEハ $\mathfrak{m}$ ノ unit デアル。

又 $[\mathfrak{a}]-[x]=[x]'$ ト定義スレバ．容易ニ解ル如フ

$$[x']\subset[x]'$$

猶ヘくソナラバ $[x]\subset[y]$ 且ツ $[a]=0$ ナラバ $a=0$．デアル．ソコデ

Lemma 3　$[x]=[y] \Longleftrightarrow x=y$

$[\mathfrak{a}]$ ノ分解ニ対応シテ $\widehat{\mathfrak{a}}$ ノ要素モ亦直和ニ合シ

$$\begin{cases}[x]=[x]_D+[x]_\varepsilon & \text{且ツ}\\ [x]_\varepsilon=\sum\limits_{\mu\in[B]}\oplus\,[x]_\mu\end{cases}$$

但シ $[x]$ ノ分解ノ各項ノ中ニハ勿論0ニナルモノモアル．$[x]_D$ $(x\in\mathfrak{a})$ ノ全体ヲ $\widetilde{\mathfrak{a}}_D$，$[x]_\mu$ ノ全体ヲ $\widetilde{\mathfrak{a}}_\mu$ トスレバ：ソレラハ $\widetilde{\mathfrak{a}}$ ニ含マレル Boole 代数デアル．此処ニ於テ $[x^\sigma]=U^\sigma[x]$，$U^\sigma[x]_*=U^\sigma_*[x]_*$（但シ $*$ ハ文字 D,ε，及ビ $\mu\in[B]$ ヲ代表スル）ト定義スレバ．U^σ ハ S ヨリ isomorphism サレタ $\widetilde{\mathfrak{a}}$ ノ上ノ isomorphism デ．$[\mathfrak{a}]$ ノ分解ニ対応シテ

$$\begin{cases}U^\sigma=U^\sigma_D+U^\sigma_\varepsilon, & U^\sigma_\varepsilon=\sum\limits_{\mu\in[B]}\oplus U^\sigma_\mu \quad(\sigma\in S)\\ U^\sigma_\mu\cdot U^\rho_\mu=U^\rho_\mu\cdot U^\sigma_\mu=0, & U^\rho_D\cdot U^\sigma_\mu=0 \quad(\sigma,\rho\in S\cdot\ \mu\neq 0)\end{cases}$$

ガ成立スル．

Definition ; Boole 代数 $\mathfrak{a}$ トソノ上ノ Flow S ガアル場合．総テノ $\sigma\in S$ ニ対シ $a^\sigma\subset a$ ナル如キ要素ガ $\mathfrak{a}$ ノ unit 及ビ0以外ニ存シナイトキ，S ハ $\mathfrak{a}$ ノ上デ ergodic デアルト云フ．勿論 S ガ $\mathfrak{a}$ ノ上デ ergodic ナラバ．E ヲ $\mathfrak{a}$ ノ unit トスルトキ，$E^\sigma=E$ 且ツ $0^\sigma=0$ $(\sigma\in S)$ ガ成立シテヰル．

Theorem 1.　任意ノ $\mu\in[B]$ ニ対シ U^σ_μ $(\sigma\in S)$ ノ全体ハ $\widehat{\mathfrak{a}}_\mu$ ノ上ノ Flow トナリ．且ツ其処デ ergodic デアル．又 U^σ_D ハソレガ ergodic トナル様ナ如何ナル Boole 代数ヲモ持タナイ．

コノ theorem ノ証明ノタメニ次ノ Remark ヲ記シテ置ク．E_B 及ビ E'_B ノ $\mathfrak{a}$ ニ於ケル principal ideal ヲ夫々 $\mathfrak{f}(E_B)$，$\mathfrak{f}(E'_B)$

トスレバ、明ラカニ、

$$\mathfrak{U} = \mathfrak{f}(E_B) \vee \mathfrak{f}(E'_B)$$

デアリ $\chi \in \mathfrak{U}$, $\chi \wedge \mathfrak{f}(E_B) = \chi_\varepsilon$, $\chi \wedge \mathfrak{f}(E'_B) = \chi_D$ トスレバ $[\chi_\varepsilon]_D = [\chi_D]_\varepsilon = 0$ デアルカラ、$[\chi] = [\chi_D]_D \oplus [\chi_\varepsilon]_\varepsilon$ トナリ $U^\sigma_\varepsilon [\chi]_\varepsilon = U^\sigma_\varepsilon [\chi_\varepsilon]_\varepsilon \in [\chi_\varepsilon]_\varepsilon = [\chi]_\varepsilon$ デアル。

（4）

次ニSトシテσナル唯一ツノ元ヨリ生成サレル cyclic semi-group S_0 ヲトラウ。コノ場合ハ丁度 Markoff process ニ当ルワケデアル。スルト

Theorem 2.

i) 総テノ $\alpha \in \tilde{\mathfrak{U}}_D$ ニ対シ、ソレガ適当ニ直和 $\alpha = \alpha_1 \oplus \alpha_2$ $(\alpha_1, \alpha_2 > 0)$ ニ分解サレテ、如何ナル $\sigma \in S_0$ ニ対シテモ $\alpha_1 \cap U^\sigma_D \alpha_2 = 0$ デアル。

ii) 総テノ $\alpha \in \tilde{\mathfrak{U}}_\varepsilon$ ニ対シ、如何ナル直和分解 $\alpha = \alpha_1 \oplus \alpha_2$ $(\alpha_1, \alpha_2 > 0)$ ニ対シテモ適当ナル $\sigma \in S_0$ ガ存在シテ $\alpha_1 \cap U^\sigma_\varepsilon \alpha_2 > 0$ トナル。

（但シ以上ニ於ケル notation ハコノ一節ニ於テノミ用ヰラルルコトヲ示ス。）

又特ニSガ group Gデアル場合、$X \subset \mathfrak{U}$ ニ対シテ $X^\sigma = E_{n\sigma}\{\chi^\sigma \mid \chi \in X\}$ ト定義スレバ $U^\sigma[\chi] = [\chi]^\sigma$ トナリ、U^σ ハ実際ニ各要素ノSニヨル変換ト一致シテヰル。コノ場合 Definition ノ中ノ $\alpha^\sigma \subset \alpha$ トイル条件ハ $\alpha^\sigma = \alpha$ トナル。ソレハ各 $\sigma \in G$ ニ対シテ σ ノ inverse ガ存在スルカラデアリ、従ツテコノ場合ニ $[\mathfrak{U}]_D$ ハ存在シナイ。

[註]

* $[\mathfrak{U}]_D$ ヲ $[\mathfrak{U}]$ ノ dissipative part, $[\mathfrak{U}]_\varepsilon$ ヲ $[\mathfrak{U}]$ ノ ergodic part ト呼ブコトニシヨウ。

** M. Kondô ; Sur la rédnctibilité des anneaux des opérateurs, Proc. Imp. Vol. XX (1944).

（1947. I. 7 受付）