OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	一般化サレタ Flow ニツイテ II
Author(s)	松下, 眞一
Citation	全国紙上数学談話会. 1947, 2(5), p. 103-105
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75178
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

43. 一般化サレタ Flow ニツイテ　　II

松　下　眞　一　(九大)

(5)

今マデノ所[4] 全ク代数的ニ話ヲススメテ来タガ、$\mathfrak{L}$ ニ於ケル測度ノ関係ヲシラベル事ニ依リ一應 Flow ノ分解定理ハ形ヲ整ヘルデアラウ。コレモ近藤教授ノ最ノ論文ノ方法ト analogous ニヨツテユケル。

即チ $\mathfrak{L}$ ノ上ノ 完全加法的 且 non-negative ナ函数トシテノ測度 $m(a)$, $a\in\mathfrak{L}$ デ

i) $m(a)=0$ ナラバ　$a=0$

ii) $m(E)=1$

ヲ満足スルモノヲ考ヘル。

又 $\mathfrak{L}$ ノ上ニ induce サレタ 測度 m^* ヲ

$$m^*([x])=m(x)$$

ト定義スル。スルト (3)[3] ニ於ケル諸関係ニ対応シテ、

α) $m^*([x+y])=m^*([x])+m^*([y])$ 但シ $[x]\wedge[y]=0$

β) $m^*([0])=0$　且ツ　$m^*([E])=1$

トナリ、従ツテ　$m^*([x])=m^*([x]_\delta)+m^*([x]_\varepsilon)$　ト書ケル。

所が実は $\mathfrak{Z}$ は Stone の意味で bicompact 且つ totally disconnected な Hausdorff 空間にあり $\mathfrak{Z}$ の要素は closed-open な集合にあって居る。従って角谷氏の方法で Jordan 測度 m^* は Lebesgue 測度に拡張出来る。

即ち A_k ($\in \mathfrak{Z}$ $(k=1,2,\cdots\cdots)$) が互に素な系列ならば

$$m^*\left(\sum_{k=1}^{\infty} A_k\right) = \sum_{k=1}^{\infty} m^*(A_k)$$

であるから従って Hopf の定理[4a]から $\mathfrak{Z}$ から決定される Borel-field $\mathfrak{Z}^*$ の上の完全加法的な測度にまで m^* を拡張するコトが出来る。又同様に [B] から導かれた Boole 代数 $\mathfrak{B}$ の上の測度 m^{**} を定義する。

(6)

さて $A \in \tilde{\mathfrak{B}}$ なるとき、$\nu \in A$ なる如きを ν を含む $[\mathfrak{M}]_\xi$ 要素の全体を E_A とし、又 $\mathfrak{M}$ の任意要素の $\mathfrak{Z}$ に於ける表現を X とするとき

$$m^*(E_A \cdot X) = \Phi_X(A)$$

なる函数 $\Phi_X(A)$ を考へると、これは明らかに m^{**} 測度に関して絶対連続であり、且つ A_k $(k=1,2,\cdots\cdots)$ が $\mathfrak{B}$ の互に素な系列なるとき

$$\Phi_X\left(\bigvee_{k=1}^{\infty} A_k\right) = m^*\left(E_{\bigvee_{k=1}^{\infty} A_k} \cdot X\right)$$
$$= m^*\left(\left(\bigvee_{k=1}^{\infty} E_{A_k}\right) \cdot X\right) = m^*\left(\bigvee_{k=1}^{\infty} (E_k \cdot X)\right) = \sum_{k=1}^{\infty} m^*(E_{A_k} \cdot X)$$
$$= \sum_{k=1}^{\infty} \Phi_X(A_k)$$

より $\Phi_X(A)$ は A に関して完全加法的である。

依って Radon-Nikodym の定理により m^{**}-measurable な函数 $\Theta_X(\nu)$ が存在して、

$$\Phi_X(A) = \int_A \Theta_X(\nu)\, dm^{**}.$$

と書ける。此処に於て $A = [B]$ とし且つ $\Theta_X(\nu) = m_\nu^*(X_\nu)$ と置けば、上の式は

$$m^*(E_B \cdot X) = \int_{(B)} m_\nu^*(X_\nu)\, dm^{**}$$

となる。以上をまとめて書けば、

Theorem 3. $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{Z}$, $\mathfrak{B}$ が以上の如く定義されたとき、

$X \in \mathfrak{X}$ ハ ソノ代数的ナ分解ニ対応シテ

$$m^*(X) = m^*(X_D) + m^*(X_\circ)$$

且ツ $m^*(X_\varepsilon) = \int_{[B]} m^*_\nu(X_\nu)\, dm^{**}$

トナル。但シ m^*, m^{**} ハ夫々 $\mathfrak{C}$ ヨリ導カシタ $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{B}$ ノ上ノ測度デアル。(**)

ナホ $\mathfrak{X}$ ノ $\sigma \in S$ ニ対シ

$$m(a^\sigma) = m(a)$$

ナルトキ S ハ測度 m ニ対シテ *measure Preserving* (m, ρ) デアルト云ヒ、又 測度 m ハ S ニ対シテ *invariant measure* デアルト云フ。

Flow S ニ関シテ *invariant measure* ヲミツケル問題ニ対シテハ此処デハ触レナイガ、唯 S ガ *invariant measure* ヲモツ場合ハ実ハ S ノ *dissipative part* ハ存在シテイ且ツ S ガ m.p. ナ *flow* デアレバ ソレカラ導カレタ U^σ_ν ($\sigma \in S$, $\nu \in [B]$) ハ $\mathfrak{X}_\nu$ ノ上ノ m.p. *flow* ニナルコトヲ注意シテ置カウ。

(補記). 談話24ニ於ケル(2)ノ條件ノ中 $(a^\sigma)' (a')^\sigma$ $E^\sigma = E$ デナイ限リ 正シクナイシ、且ツ後ノ議論ニ於テ ソレハ不用デアルカラ省略シマス。

(*) 全国紙上数学談話会 第2回 第3号

(**) E. Hopf : Ergodentheorie. J. Springer (1937)

(***) $U^\sigma X$ ($\sigma \in S$) ニ関シテハ :

$$m^*(U^\sigma X) = m^*(U^\sigma_D X_D) + m^*(U^\sigma_\varepsilon X_\varepsilon)$$

且ツ $m^*(U^\sigma_\varepsilon X_\varepsilon) = m^*\left(\sum_{\nu \in [B]} \oplus U^\sigma_\nu X_\nu\right) = \int_{[B]} m^*_\nu(U^\sigma_\nu X_\nu)\, dm^{**}$

1947. 3. 18