OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	永尾氏の談話31に関連して
Author(s)	中村, 正弘
Citation	全国紙上数学談話会. 1947, 2(5), p. 115-117
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75182
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

47. 永尾氏の談話31に関連して

(阪大) 中村 正弘

永尾氏は談話31(第4号)で, Remak-Schmidt の定理が Fitting の形で有限次元の modular 束でも成立することを証明されましたが, その証明を幾分簡単に出来る様に思ひますので. 以下述べさせて頂きます。

1. Lを有限次元のM束, α が L から L への作用素で,

[1.1] 1° $0\alpha=0$, 2° $(x\cup y)\alpha=x\alpha\cup y\alpha$, 3° $(x\alpha)\alpha=x\alpha$

[1.2] α は $1/a'$ より $a/0$ への同型写像である.

を満すとき *normal idempotent join-endomorphism* (略して *nije*) と呼ぶことにします. ただし, 1.2 で a/b と書いたのは $b\leqq x\leqq a$ を満す x の元の作る L の部分束の意味です. 1.2に出て来る a, a' は α を与えれば定まりますので, α に伴う元として *nije* に対応したローマ字で表すことにします. 1.1 と 1.2 とから, 次のことはほとんど明らかです.

[1.3] 1° $x\leqq y\to x\alpha\leqq y\alpha$, 2° $x\leqq a'\rightleftarrows x\alpha=0$,

3° $x\leqq a\rightleftarrows x\alpha=x$.

[1.4] $a\cup a'=1$, $a\cap a'=0$.

1.4 の前半は α が $1/a'$ より $a/0$ への同型, つまり一対一対応であることと, $(a\cup a')\alpha=a\alpha\cup a'\alpha$ によって $a\cup a'$ が a に対応することから, また後半は 1.3.2 と 1.3.3 を a へ a' が同時に満す為であることからわかります.

1.4 によって $\mathfrak{L}/a$ と $\mathfrak{L}/0$ の間には第二同型定理が成立ちます. G. Birkhoff の本の定理 3.3 によって, $x \to x \cup a'$, $y \to a \cap y$ は両者の可逆同型対応となります. ところが, 1.3.3 によって,

$$x\alpha = (x \cup a')\alpha = (x \cup a')\alpha \cap a \leqq ((x \cup a') \cap a)\alpha = (x \cup a') \cap a$$

が成立しますから, 1.2 と L が有限次元であることと, $y \to y \cap a$ が $\mathfrak{L}/a'$ より $\mathfrak{L}/0$ への同型であることより

1.5 補題 α が $nije$ のときそのときのみ 1.4 の a, a' により $x\alpha = (x \cup a') \cap a$ と表示出来る.

さて, 次に

(1.6) $1 = a_1 \cup \cdots\cdots \cup a_r$. $\{a_i\}$ が独立

のとき 1.6 を **直分解** と呼びます. このとき,

(1.7) $x\alpha_i = (x \cup a_i') \cap a_i$, $a_i' = \bigvee_{i \neq j} a_j$

で定まる α_i を 1.6 に伴う nij と名付けます. a_i の独立性から $1\alpha_i\alpha_j = 0$ ですから, 次の性質があります.

(1.8) 1° $1\alpha_i\alpha_j = 0$, 2° $x \leqq 1\alpha_i \to x\alpha_i = x$, 3° $1 = \bigvee_{i=1}^{r} 1\alpha_i$

ところが逆に:

1.9 補題 1.1 を満すトケの作用素間に 1.8 が成立するならば, 1.8.3 は直分解を与える.

証: $a_i = 1\alpha_i$, $a_i' = \bigvee_{i \neq j} a_j$ とすれば, 1.8.2 より

$$a_i \cap a_i' = (a_i \cap a_i')\alpha_i = (1\alpha_i \cap \bigvee_{i \neq j} 1\alpha_j)\alpha_i \leqq 1\alpha_i \cap \bigvee_{i \neq j} 1\alpha_j\alpha_i = 0$$

となりますから $\{1\alpha_i\}$ は独立となります. 従って 1.8.3 は一つの直分解です.

2. 永尾氏の前記の談話 31 の定理 11 と 12 を証明します.

2.1 定理 二つの直分解

$$1 = a_1 \cup \cdots \cup a_r = b_1 \cup \cdots\cdots \cup b_s$$

が共通の細分解を持つとき, そのときのみ それらに伴う $nije$ の間に $1\alpha_i\beta_j = 1\beta_j\alpha_i$ が成立つ

証 : 必要性 : ここで共通の細分解であるとは, 第3の直分解 $1 = c_1 \cup \cdots\cdots \cup c_t$ が存在して, c_i によって a_i, b_j が直分解表示

を持つ事を意味します．従って $\{c_i\}$ は Boole 束 B を作り，a_i と b_j を B に含みます　B 内では配分率が成立しますから，1.5 によって

$$|\alpha_i\beta_j = (a_i \cup b'_j) \cap b_j = a_i \cap b_j = |\beta_j\alpha_i$$

充分性：　$\gamma_K = \alpha_i\beta_j$ と置けば，γ_K について 1.1, 1.1.2, 1.8.1, 1.8.3 が成立することは明らかです．また仮定から

$$|\gamma_K = |\alpha_i\beta_j \cap |\beta_j\alpha_i = a_i \cap b_j$$

が成立しますから，$X\gamma_K \leqq a_i \cap b_j$ がすべての X について成立ちます．ところが $X \leqq a_i \cap b_j$ となる X については 1.3.3 によって $X\gamma_K = X$ ですから，1.1.3 と 1.8.2 とが成立します．従って 1.9 によって $| = V_K\gamma_K$ は直分解となります．その上，a_i または b_j の任意のものについて，例えば

$$a_i = |\alpha_i = (V_K |\gamma_K)\alpha_i = V_j |\beta_j\alpha_i$$

が成立しますから，これが a_i と b_j に共通な細分解となります．

2.2 定理　　1.6 が他の任意の直分解について細分解できるならば，またそのときに限り $a_i\beta \leqq a_i$ が任意の n 個の β について成立つ．

証：　必要性：　β に伴う分解を $| = b \cup b'$ とすれば，仮定によって 1.6 と細分解出来ることになりますので，2.1 の必要性の証明と同じ様に，b, b', a_i を含む Boole 束が存在しますから．

$$a_i\beta = (a_i \cup b') \cap b = a_i \cap b \leqq a_i$$

充分性：　　2.1 の二つの直分解が与えられたとします．

仮定より　　$|\alpha_i\beta_j = a_i \cap b_j$

が成立しますから，2.2 の充分性の証明と同じに 1.1, 1.8 の成立が $\gamma_K = \alpha_i\beta_j$ についていえます．従って 1.9 によって $\{|\gamma_K\}$ は直分解を与えます．これが細分解であることの証明は次元を考へる必要があります．その部分では永尾氏の証明と同じです．

1947.5.6