OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Derive-operation ニ依ル位相空間（Ⅱ）
Author(s)	松下, 眞一
Citation	全国紙上数学談話会. 1947, 2(6), p. 140-142
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75189
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

54. Dérivé-operationニ依ル位相空間 (II)

(九大) 松下藏一

(V)

次ノ定義ハ同知ノモノデアラウガ一應列挙シテ置カウ. 先ヅ

$X\cdot X^{cdc}=X^{i}$. $X^{c}X^{dc}=X^{e}$ $XX^{cd}=X^{b}$

$X\cdot X^{d}=X^{s}$. $XX^{dc}=X^{\tau}$ $X^{b}+X^{cb}=X^{b}$

ソシテ夫等ヲ各々 X の intérieur extérieur bord, cohérence adhérence, 及ビ frontière トイフ.

更ニ i) $X^{c}X^{d}=0$. ii) $X\cdot X^{cdi}=0$, iii) $X\cdot X^{dc}=0$, iv) $XX^{a}=0$ v) $X^{d}=0$. 及ビ vi) $X=X^{d}$ ナルトキヲ夫々 X ハ fermé. ouvert dense en soi, isolé. divergent 及ビ parfait デアルトイフ. 明ラカニ夫等ハ i) $X=X^{a}$. ii) $X=X^{i}$ iii) $X=X^{s}$, iv) $X=X^{\tau}$ ヌハ i) $X^{cb}=0$ ii) $X^{b}=0$ iii) $X^{\tau}=0$ 及ビ iv) $X^{s}=0$ ナル條件デ述ベルコトモ出來ル.

注意; コレ等種々ノ opération ノ意義ニ關シテハ次ノ關係ガ成立シテ居ル.

i) $X^{il}=X^{i}$ ii) $X^{eeee}=X^{ee}$ iii) $X^{bb}=X^{b}$

iv) $X^{\tau\tau}=X^{\tau}$ vi) $X^{bbb}=X^{bb}$

此ノデ iv) 以外ニツイテハ夫レバ Zarycki[m] ノ研究ガアル. iv) ハ iii) ト同樣ニヤレル.

Lemme 7 U ガ ouvert ナラバ $X^{d}U\subset(XU)^{d}$.

證明; $X^{d}U(XU)^{dc}=X^{d}(UU^{cdc})\subset XU)^{dc}=X^{d}U(U^{c}+XU)^{dc}$
$=X^{d}U(U^{c}+X)^{dc}=X^{d}X^{dc}UU^{cdc}=0\rightarrow X^{d}U\subset(XU)^{d}$.
c. q. f. d.

(VI)

定理 5 次ノ égalités ガ成立スル

$(X^d, X^c)^{dcdc} = (X^{dcdc} \times c)^{dcdc} = (X^{cd} \times dcdc)^{dcdc} = (X^{cd} \times d)^{dcdc}$
$= (X^{cd} \times)^{dcdc} = (X^{cdcdc} \times)^{dcdc} = (X^d \times^{cdcdc})^{dcdc}$

証明；　四円ニタリテ述ベヨウ．

i) $(X^d X^c)^{dcdc} \subset ((X^d X^c)^{dcdc})^{dcdc} \subset (X^{dcdc} \times^{cdcdc})^{dcdc} \subset$
$\underset{(K)}{\subset} (X^{dcdc} \times^{cd})^{dcdc} \subset (X^{dcdc} \times^c)^{dcdc}$ デアル．但シKハ Kuratowski, Table ヨリ　Lハ前節ノ Lemme ヲ用ヒタコトヲ示ス

スタトハ (E^a) ナル要素ヲ附加セネバナラヌトシテモ各項ハEヲ含ミ E^d トハ素デアルカラ (E^a) ノ名ニシテモ差支ハナイ．又他方ニ於テ $(X^{dcdc} \times^c)^{dcdc}$
$\underset{(V)}{\subset} (X^d X^c)^{dcdc}$ タカラ．最初ノ等式ガ得ラレタ．

ii) $(X^{dcdc} \times^c)^{dcdc} = ((X^{dcdc} \times^c)^{dcdc})^{dcdc} \subset (X^{dcdcdcdc} \times^{cdcdc})^{dcdc} \subset (X^{dcdc} \times^{cd})^{dcdc}$ 又他方 $(X^{dcdc} \times^c)^d \supset X^{dcdc} \times^{cd}$ ダカラ $(X^{dcdc} \times^c)^{dcdc} \supset (X^{dcdc} \times^{cd})^{dcdc}$ 即チ $\overset{(L)}{\text{第二}}$ ノ等式ガ得ラレタ．

iii) $(X^{cd} \times^{dcdc})^{dcdc} \subset (X^{cd} \times^d)^{dcdc}$ 又他方 $(X^{cd} \times^d)^{dcdc} =$
$((X^{cd} \times^d)^{dcdc})^{dcdc} \subset (X^{cdcdc} \times^{dcdc})^{dcdc} \underset{(K)}{\subset} (X^{cd} \times^{dcdc})^{dcdc}$ 即チ第三ノ等式ガ得ラレタ．

iv)　以下ノ等式ハXヲ X^c デ置換スルコトニ依ッテ．例ヘバ $(X^d X^c)^{dcdc} =$
$(X^{cd} X^d)^{dcdc} = ((X^c)^d (X^c)^{cd})^{dcdc} = (X^{cd} X)^{dcdc}$ ナル如クシテ得ラレル．　c. a b. d.

注意；　以上ノ Lemma 及ビ定理ト寺阪氏ノ fundamentale lemma (U) 及ビ Formel 36 $\overset{(**)}{}$ トノ analogie ニ注意サレタイ．

定義；　$(X^c X^d)^{dcdc} = E$ ナルトキ Xハ régulier デアルト云フ．$(***)$

定義カラ直チニ O及ビ élément fermé ハ régulier デアル．所ガヌ $(X^c X^d)^{dcdc} = (XX^{cd})^{dcdc}$ ナル故 Xガ régulier ナラバ．X^c モ亦サウデアル．故ニ1及ビ élément ouvert モ亦 régulier デアル．

定理 6　ニツノ régulier ナ要素ノ和モ亦 régulier デアル．

証明； $A^{dcdc}=E$トスルト$(A+B)^{dcdc}=(A^{dc}B^{dc})^{dc}\underset{(i)}{\subset}$
$\underset{(i)}{\subset}(A^{dcd}B^{dc})^{c}$ $A^{dcdc}+B^{d}=E+B^{d}$. 故ニ$(A+B)^{dcdc}\subset B^{d}(E)$.
更ニ$(A+B)^{dcdc}=((A+B)^{dccc})^{dcdc}\subset B^{d\ dcdc}(E^{d})\subset B^{dcdc}(E^{d})$
故ニ$(A+B)^{dcdc}\subset B^{dcdc}$ 依ツテ$B^{dcdc}=E$ナラハ $(A+B)^{dcdc}\subset E$
ソレハヌ$\supset E$ダカラ $(A+B)^{dcdc}=E$.

此処デX及ビYガ regulier デアルトスレバ $(X^{c}X^{d})^{dcdc}=(Y^{c}Y^{d})^{dcdc}=E$ダカラ. $(X^{c}X^{d}+Y^{c}Y^{d})^{dcdc}=E$. 依ガ明ラカニ$((X+Y)(X+Y)^{d})^{dcdc}\subset(X^{c}X^{d}+Y^{c}Y^{d})^{dcdc}$デアルカラ. $((X+Y)^{c}\cdot(X+Y)^{d})^{dcdc}=E$. C. q. b. d.

系； regulier ナニツノ要素ノ積モ亦 regulier デアル.

(*) M. Zarycki ; Fund Math

(**) H. Terasaka ; loc cit.

(***) コノ條件ハ$(X^{a}X^{ca})^{acac}=0$ト同等デアルコトガ証明出来ル. (稲)

(1947. 5. 20)