OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	前談話34の訂正版 及 二三の注意
Author(s)	鈴木, 通夫
Citation	全国紙上数学談話会. 1947, 2(6), p. 166-168
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75196
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

61. 前談話34の訂正及び二三の注意

東大学生　鈴本通夫

第4号，談話34に書きました「有限群の部分群の作る束について」の中に誤りがありますので，ここにそれを訂正させて戴きたいと思ひます。前から気になつて居つたのですが，訂正も出さないでゐた所，先日阪大の佐藤兄より御懇切な御注意を戴きましたので，こゝにその訂正と，其の後の二三の結果をのべさせて戴きます。不注意をおわびし，わざわざ御注意下さつた佐藤兄に厚く御礼申しあげます。

1. 訂正：　前談話が束Lのすべての元Aについて $A/\overline{\mathfrak{o}}_A$（$\overline{\mathfrak{o}}_A$はAの下に真な元の共通部分）が既約可補 modular 束になるしに対応する群はP-群及び云々とのべましたがこれは明かに誤りで結果は次の様であります。

i　p 群

ii　$\mathfrak{G}=\mathfrak{P}\cdot\mathfrak{Q}$　$\mathfrak{P}$ は p-Abel 群且不変部分群

$\mathfrak{Q}=\{Q\}$　$Q^q=1$；すべての $P\in\mathfrak{P}$ に対して

$Q\cdot PQ^{-1}=P^\mu$　　$\mu\equiv 1\pmod p$　　$\mu^q\equiv 1\pmod{p^n}$

ここで p^n は $\mathfrak{P}$ の中の最高位の元の Ordnung であります。

2. 前にも書きました様に p-群に束同型な群は又一般に p-群ですが例外はP-群及び巡回群であります。即ち p-群は或る意味で束論的に特徴づけられますがこれに関して次の定理を得ました。

定理1．群 $\mathfrak{G}$ の束 $L(\mathfrak{G})$ が次の条件をみたすとする。1°　下半 modular 束　2°　任意の区間は既約且3°　すべての元Aについて区間 A/e が鎖でなければ同次元の元数 $\equiv p+1\ (p^2)$ $(p>2)$ とする。しからば $\mathfrak{G}$ は p-群又はP-群である。こゝで p は $L(\mathfrak{G})$ の任意の chain でない二次元の元 B/e により定められる（原子元の数より）素数とする。

（すべての B/e が chain なら下半 modularity より verallgemeinerte Quaternionengruppe になるからこれは除く。2群の束的な特徴付けは簡単。上定理の逆は明らか。3°は Kulakoff の定理）

條件が多過ぎると思ひますが上の三つで p 部の束は特徴附けられます。証明はやはり $L(\mathfrak{G})$ の次元に関する induction によるのですが條件3 は $L(\mathfrak{G})$ の次元が3の時にだけ必要であとは3°なしに induction が成立します。

3° 前の談話で Sylow 群の對応の様子は割合分つたのですがこれを用ひますと不要部分群の生成の様子が少し分ります. 次の

lemma $L(\mathfrak{G}) \ni L(\mathfrak{G}')$ で $\mathfrak{G}$ は $\mathfrak{G}|\mathfrak{N}$ が p 次の巡回群になる不変部分群を持つとする. $\mathfrak{N}$ に對応する $\mathfrak{N}'$ が不変部分群でないならば $\mathfrak{G}$ は $\mathfrak{H}(\subset \mathfrak{N})$ なる束自己同型で不変な $\mathfrak{H}$ を持ち $\mathfrak{G}|\mathfrak{H}$ は p-群, $\mathfrak{G}|\mathfrak{H}$ と $\mathfrak{H}$ $\mathfrak{G}'|\mathfrak{H}'$ と $\mathfrak{H}'$ との位数は互に素. $\mathfrak{G}|\mathfrak{H}$ が abel 群でなければ $\mathfrak{G} = P \times \mathfrak{H}$ である.

$P \ni \mathfrak{G}|\mathfrak{H}$. を用ひて不変部分群に関して次の結果を得ます.

定理 2　$\mathfrak{G}$ と $\mathfrak{G}'$ が束同型 $\mathfrak{G}$ の不変部分群 $\mathfrak{N}$ に對應する $\mathfrak{G}'$ の群 $\mathfrak{N}'$ が不変部分群でないとする. $\mathfrak{G}/\mathfrak{N}$ が p-群なら $\mathfrak{G}$ は $L(\mathfrak{G})$ の束自己同型で不変な部分群 $\mathfrak{H}(\subset \mathfrak{N})$ を持ち $\mathfrak{G}|\mathfrak{H}$ は p-群. $\mathfrak{G}|\mathfrak{H}$ と $\mathfrak{H}$ $\mathfrak{G}'|\mathfrak{H}'$ と $\mathfrak{H}'$ との位数は互に素で $\mathfrak{G}|\mathfrak{N}$ が abel 群でなければ $\mathfrak{G} = \mathfrak{H} \times P$ ($P \ni \mathfrak{G}/\mathfrak{H}$) である. $\mathfrak{G}/\mathfrak{N}$ が $(p \cdots p)$ 型の abel 群でない p-群なら $\mathfrak{G}$ は束自己同型で不変な $\mathfrak{H}(\subset \mathfrak{N})$ を持ち $\mathfrak{G}|\mathfrak{H}$ は p 群になる.

これから $\mathfrak{H}_p(\mathfrak{G})$ は $\mathfrak{G}|\mathfrak{H}_p(\mathfrak{G})$ が p 位の巡回群でなければ $\mathfrak{G}$ の束自己同型で不変なことがいはれます.

証明は $\mathfrak{G}$ の位数に induction を用ひてやれば出来ます. $\mathfrak{G}|\mathfrak{N}$ が p-群の場合は cyclic の場合をやつて　それから一般の場合をやればよいのです.

定理 3.　$\mathfrak{G}$ と $\mathfrak{G}'$ とは束同型とする. $\mathfrak{G}$ の不変部分群 $\mathfrak{N}$ に對応する $\mathfrak{G}'$ の部分群を $\mathfrak{N}'$ とする.

$\mathfrak{G}/\mathfrak{N}$ の束の直積因子に對應する群がすべて p-群でも P-群でもないとすると $\mathfrak{N}$ は又不変部分群である.

証明は $L(\mathfrak{N})$ の次元に関する induction によります。前に述べた Sylow 群の對応に関する定理特に $\mathfrak{G}$ の p-Sylow 群を素数巾位でない群に移す束自己同型があれば $L(\mathfrak{G})$ は直積因子に既約すれば modular 束を持つことを用ひて証明されます.

以上のことから.

定理4. $L(\mathfrak{o}_\mathfrak{g}) \cong L(\mathfrak{o}_{\mathfrak{g}'})$ $\mathfrak{o}_\mathfrak{g}$ が *auflösbar, einfach* なら $\mathfrak{o}_{\mathfrak{g}'}$ も *auflösbar, einfach* であることが分ります. $\mathfrak{o}_\mathfrak{g}$ が単純群の場合 $L(\mathfrak{o}_\mathfrak{g}) \cong L(\mathfrak{o}_\mathfrak{g})$ なる $\mathfrak{g}'$ は同じ *order* の単純群なので恐らく同型になると思はれますが, これ等に関しては何も分つて居りません. 切に御教示をお願ひ致します.

—(以上)—

(1947. 8. 10)