



Title	前談話34の訂正版 及 二三の注意
Author(s)	鈴木, 通夫
Citation	全国紙上数学談話会. 1947, 2(6), p. 166-168
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75196
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

61. 前談話34の訂正及び二三の注意

東大学生 鈴本 通夫

第4号、談話34に書きました「有限群の部分群の作る束について」の中に誤りがありますので、ここにそれを訂正させて載せたいと見えます。前から最になつて居つたのですが、訂正も出さなれてゐた所、先日阪大の佐藤兄より御深辺な御注意を戴きましたので、ここにその訂正と、其の後の二三の結果をのべさせて載せます。不注意をおわびし、わざわざ御注意下さつた佐藤兄に厚く御禮申し上げます。

1. 訂正： 前談話が束 $\mathcal{L}$ のすべての元 A について $A/\mathfrak{A}_A$ ($\mathfrak{A}_A$ は A の下にある元の共通部分) が既約可換 modular 束になるしに 대응する群は p -群及び p -群と云ふとのべましたがこれは明かに誤りで結果は次の様であります。

i p -群

ii $\mathcal{U}_p = \mathcal{U}_p \cdot \mathcal{U}_p$ $\mathcal{U}_p$ は p -Abel 群且不変部分群

$\mathcal{U}_p = \{Q\} \quad Q^p = 1; \text{ すべての } P \in \mathcal{U}_p \text{ に対して}$

$$Q.P.Q^{-1} = P^\mu \quad \mu \equiv 1 \pmod{p} \quad \mu^p \equiv 1 \pmod{p^n}$$

ここで p^n は $\mathcal{U}_p$ の中の最高位の元の *Ordnung* であります。

2. 前にも書きました様に p -群に束同型な群は又一般に p -群で例外は p -群及び巡回群であります。即ち p -群は或る意味で束論的に特徴づけられますがこれに關して次の定理を得ました。

定理 1. 群 $\mathcal{U}_p$ の束 $\mathcal{L}(\mathcal{U}_p)$ が次の条件をみたすとする。 1° 下半 modular 束 2° 任意の区間は既約且 3° すべての元 A について $|A|e$ が偶となければ同次元の元数 $\equiv p+1 \pmod{p^2}$ ($p>2$) とする。 しかれば $\mathcal{U}_p$ は p -群又は P -群である。 ここで P は $\mathcal{L}(\mathcal{U}_p)$ の任意の chain でない二次元の元 $B|e$ により定められる (原子元の数より) 素数とする。

(すべての $B|e$ が chain なら下半 modularity より *verallgemeinerte Quaternionengruppe* になるからこれは除く。 2群の束的な特徴付けは簡単。 上定理の逆は明らか。 3° は Kulakoff の定理)

条件が多過ぎると思ひますが上の三つで P 部の束は特徴づけられます。証明はやはり $L(G)$ の次元に関する *induction* によるのですが条件 3 は $L(G)$ の次元が 3 の時にだけ必要であとは 3 対 1 に *induction* が成立します。

3° 前の談話で *Sylow* 群の対応の様子は割合分つたのですがこれを用ひますと不変部分群の対応の様子が少し分ります。次の

lemma $L(G) \cong L(G')$ で G は G/π が P 次の巡回群になる不変部分群を持つとする。 π に対応する π' が不変部分群でないならば G は $\mathcal{O}(C\pi)$ なる束自己同型で不変な $\mathcal{O}$ を持ち $G/\mathcal{O}$ は P -群、 $G/\mathcal{O}$ と $\mathcal{O}$ 、 $G'/\mathcal{O}'$ と $\mathcal{O}'$ との位数は互に素。 $G/\mathcal{O}$ が *abel* 群でなければ $G = P \times \mathcal{O}$ である。

$P \cong G/\mathcal{O}$ を用ひて不変部分群に関して次の結果を得ます。

定理 2 G と G' が束同型 G の不変部分群 π に対応する G' の群 π' が不変部分群でないとする。 G/π が P -群なら G は $L(G)$ の束自己同型で不変な部分群 $\mathcal{O}(C\pi)$ を持ち $G/\mathcal{O}$ は P -群、 $G/\mathcal{O}$ と $\mathcal{O}$ 、 $G'/\mathcal{O}'$ と $\mathcal{O}'$ との位数は互に素で G/π が *abel* 群でなければ $G = \mathcal{O} \times P$ ($P \cong G/\mathcal{O}$) である。 G/π が $(p, \dots, p)$ 型の *abel* 群でない p -群なら G は束自己同型で不変な $\mathcal{O}(C\pi)$ を持ち $G/\mathcal{O}$ は p -群になる。

これから $\mathcal{O}_p(G)$ は $G/\mathcal{O}_p(G)$ が p 位の巡回群でなければ G の束自己同型で不変なことがいはれます。

証明は G の位数に *induction* を用ひてやれば出来ます。 G/π が P -群の場合は *cyclic* の場合をやつて それから一般の場合をやればよいのです。

定理 3. G と G' とは束同型とする。 G の不変部分群 π に対応する G' の部分群を π' とする。

G/π の束の直積因子に対応する群がすべて p -群でも P -群でもないとする。 π' は又不変部分群である。

証明は $L(\pi)$ の次元に関する *induction* によります。前に述べた *Sylow* 群の対応に関する定理特に G の p -*Sylow* 群を素数中位でない群に有する束自己同型があれば $L(G)$ は直積因子に既約すれば *modular* 束を持つことを用ひて証明されます。

以上のことから.

定理 4. $L(G) \cong L(G')$ G が *auflösbar, einfach* なら G' も *auflösbar, einfach* であることが分ります. G が單純群の場合 $L(G) \cong L(G')$ なる G' は同じ order の單純群なので恐らく同型になると思はれますが、これ等証明しては尙も分つて居りません. 功に御教示をお願い致します.

—(以上)—

(1947. 8. 10)