



Title	群の自由積分群に関して
Author(s)	高橋, 陸男
Citation	全国紙上数学談話会. 1947, 2(6), p. 188-190
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75200
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

65. 群の自由積分解に関して

阪大 高橋 隆 男

Mathematical Review をみて居ましたら、次の論文が既に出て居る事を知りました。

F. Levi; On the number of generators of a free product, and a lemma of A. Kurosch (Journ. Indian Math. Soc. (N.S.), 5 (1941))

Kurosch の lemma とは *Zum Zerlegungsproblem der Theorie der freien Produkte* (Recueil Math. 44 (1937)) に出て居る、次の補助定理だと思はれます。

$$\boxed{\text{lemma}} \quad \left. \begin{array}{l} G = A * B \\ 1 \neq g, g \in g_i^{-1} g_j^{-1} \in A \end{array} \right\} \rightarrow g_1, g_2 \in A$$

之の証明は前に、部分群定理を使つて簡単に証明出来る事を知りましたので、多分 Levi のと同様だらうとは思ひますが、簡単に一應報告することにして、

I. 部分群定理 $G = A * B, G \supset U \rightarrow U = F \uparrow \frac{\pi (U \cap A^x)}{\pi (U \cap B^y)}$

II. Grushko の lemma $G = A * B \rightarrow \mu(G) = \mu(A) + \mu(B)$

ここに $\mu(H)$ は群 H を生成する元の最小個数

I. は同知 (R. Baer, F. Levi, *Compositio Math.* (1936)

M. Takahasi 学士院記事 (1944))

II はもう少し精密な形で Grushko が証明に居ります. (*Rec Math.* N.S 8(50) 1940)

II の方に関しては 上記の Levi の論文や 全訳 *Math Review* に出ています.

B.H. Neumann: On the number of generators of a free product (*Journ. London Math. Soc.* 18 (1943) 等) 尚論じられてゐる事だらうと思はれます.

I. II を使つて Kurosch の lemma は次の様に証明出来ます.

$\{g_1, g_2\} = K$ とすると $K \cap A \ni g_1 g_2 g_1^{-1} g_2^{-1} \neq 1$ だから

$K \cap A \neq 1$

故に I から $K = (K \cap A) * L$.

II から

$$2 \geq \mu(K) = \mu(K \cap A) + \mu(L)$$

$K \cap A \neq 1$ だから

$$\mu(K \cap A) \neq 0$$

$\mu(K \cap A) = 1$ 即ち $K \cap A = (a)$, cyclic とすると.

$$1 \neq g_1 g_2 g_1^{-1} g_2^{-1} \in K_2 \cap (K \cap A) = K_2 \cap A = (K \cap A)_2 = (a)_2 = 1$$

(2. H_2 は群 H の交換子群) 之は矛盾ですから

$\mu(K \cap A) = 2$ $\mu(L) = 0$ 即ち $L = 1$ $\therefore K = K \cap A$ 即 $K \subseteq A$
従つて勿論 $g_1, g_2 \in A$.

Kurosch の元の証明に比べれば、非常に簡潔にすゝめです。

(1947. 9. 8)