

Title	Complex-Banach-spaces ニ於ケル解析函数ニツイテ (III)
Author(s)	霜田, 伊左衛
Citation	全国紙上数学談話会. 1948, 2(8), p. 237-238
Version Type	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.18910/75214">https://doi.org/10.18910/75214</a>
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

# 79. Complex-Banach-spacesニ於ケル

## 解析函数ニツイテ (Ⅲ)

(阪大) 霜田伊左衛

(1943. II. I)

二次複素函数論ニ於ケル Hartogs ノ定理ヲニツ Complex-Banach spaces  $E, E'$  ノ積空間  $E \times E'$  ニ適用シタイ. 此ノ爲ニ此等ノ次ノ定理ヲ掲ケル.  
 定理 A.  $f(z)$  ハ複素平面ノ領域  $D$  ニ定義セラレ  $E$  ノ値ヲトル.  $y^*$  ハ  $E'$  デ  
 ノ有界ノ linear functional トシ複素函数トスル. 若シ凡テ  $y^* f(z)$   
 ガ  $D$  デ可微分ナレバ  $f(z)$  ハ又  $D$  デ可微分トナル.

【定理】.  $E \times E'$  内ノ有界領域  $\Delta$  デ定義セラレ. complex-Banach space  $E'$  ノ値ヲトル函数  $f(x, y)$  ガ  $\Delta$  ノ境界上デ正則ナレバ  $\Delta$  ノ内部デ正則トナル.

【証明】  $y^*$  ノ複素数値ヲトル有界ノ linear functional トスル.  $(x_0, y_0)$  ヲ  $\Delta$  ノ任意ノ点トスル.  $y^* f(x_0 + \alpha x, y_0 + \beta y)$  ハ  $(\alpha, \beta)$  ヲ変数トシ  $y^*$  ヲトル函数トナル.  $(x_0 + \alpha x, y_0 + \beta y)$  ガ常ニ  $\Delta$  内ニアル故ニ  $(\alpha, \beta)$  ガ動くバ之ハ領域  $D'$  ヲツクル.  $D'$  ノ境界デ  $f(x, y)$  ハ正則ナルカラ  $y^* f(x_0 + \alpha x, y_0 + \beta y)$  ハ  $D'$  ノ境界デ正則トナル. 故ニ二変数複素函数ニ於ケル Hartogs ノ定理ニヨリ  $y^* f(x_0 + \alpha x, y_0 + \beta y)$  ハ  $D'$  内デ正則トナル. 故ニ定理 A ニヨリ  $f(x_0 + \alpha x, y_0 + \beta y)$  ハ  $D'$  デ正則トナル. 故ニ  $(x_0, y_0)$  ニ於テ Gateaux ノ微分ガアル.  $(x_0, y_0)$  ハ任意ガカラ  $f(x, y)$  ハ  $\Delta$  内ニ常ニ Gateaux ノ微分ガアル.  $(x_0, y_0)$  ハ  $\Delta$  内ノ任意ノ点トシ.  $\Delta$  ノ境界上ノ一ツノ点ヲ  $(x_0 + x', y_0 + y')$  トスル.

$(x_0 + \alpha x', y_0 + \alpha y')$  ガ  $\Delta$  内ニアル故ニ  $\alpha$  ガ変化スレバ  $\Delta'$  内ノ領域  $D'$  ヲツクル.  $D'$  ノ境界  $C$  ハ有界ナル閉集合トナル.  $\alpha \in C$  ナルトキ  $(x_0 + \alpha x', y_0 + \alpha y')$  ハ compact set 内ニ在リトナル.  $C$  上デハ  $f(x, y)$  ハ正則ナル故  $C$  上  $(x_0 + \alpha x', y_0 + \alpha y')$  ナルトキ任意ノ正数  $\varepsilon = \max d(x, y), (x_0 + \alpha x',$

$(y_0 + \alpha' y')$  <  $\delta$  ナルトキ.

$$\|f(x, y) - f(x_0 + \alpha x', y_0 + \alpha' y')\| \leq \varepsilon.$$

且  $f(x, y)$  は  $G$  上で一様二有界ナル故,  $G$  を有限  $\eta$  ノ式ヲ蓋ヒ至ルニ常ニ  $\|f(x, y)\| \leq M$  ナラシメル事ガ出来ル.  $G$  を蓋フ球ノ集合ヲ  $\Sigma$  トスル.

$\Sigma$  へ開集合ナル故ニ  $(x', y')$  適當ニ近傍ヲ  $U(x', y')$  トスレバ  $(x_0 + \alpha x, y_0 + \alpha y) \in U(x', y')$   $\{ \alpha \in C, (x, y) \in U(x', y') \}$  ハ常ニ  $\Sigma$  へ合マレル.

$$\therefore \|f(x_0 + \alpha x, y_0 + \alpha y)\| \leq M.$$

$\alpha$ -平面デ  $O$  点カラ  $C$  へノ最短距離ヲ  $\rho$  トスレバ  $f(x_0 + \alpha x, y_0 + \alpha y)$  ハ  $D$  デ  $\alpha$  ニツキ正則トナルカラ  $\|f(x_0 + \alpha x, y_0 + \alpha y)\|$  ノ最大値ハ  $C$  上ニ生ル.

$$\therefore \left\| \frac{1}{2\pi i} \int_{|\alpha|=\rho} \frac{f(x_0 + \alpha x, y_0 + \alpha y)}{\alpha^{n+1}} d\alpha \right\| \leq \frac{M}{\rho^n} \quad (n=0, 1, 2, \dots, (x, y) \in U(x', y'))$$

$$\text{今 } f(x_0 + \alpha x, y_0 + \alpha y) = \sum_{k=0}^{\infty} U_k(x_0, y_0; x, y)$$

$$\text{トオケバ } \|U_n(x_0, y_0; x, y)\| = \frac{M}{\rho^n} \quad ((x, y) \in U(x', y'))$$

$U_n(x_0, y_0; x, y)$  ハ Gateaux ノ微分ガアリ且齊次ナルカラ  $U(x', y')$  内ノ  $(x', y')$  を中心トスル球ノ半径ヲ  $r$  トスレバ.

$$\|(x, y)\| < r \text{ ナルトキ } \|U_n(x_0, y_0; x, y)\| \leq \frac{M}{\rho^n} \quad \wedge \quad 3+$$

$U_n(x_0, y_0; x, y)$  ハ有界ナル故  $\|(x, y)\| < r$  連続トナル:

$$0 < r_1 \leq 1 \text{ ヲ } \frac{r_1}{\rho} < 1 \text{ ナル様ニトレバ } \|(x, y)\| < r_1 (\leq r) \text{ 上ノ}$$

級数ハ一様收斂スルカラ  $f(x_0 + \alpha x, y_0 + \alpha y)$  ハ  $(x_0, y_0)$  デ連続トナル.

$(x_0, y_0)$  ハ任意ガカラ  $f(x, y)$  ハ  $\Delta$  デ連続トナル. 故ニ  $f(x, y)$  ハ  $\Delta$  デ正則トナル. (以上)

1) N. Dunford Uniformity in linear spaces. Trans. Amer. Soc. 44 (1938)

2) 全国純正数学教育会第7巻第5号附誌 *Join* ノ定理